

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet strojarstva i brodogradnje

# DIPLOMSKI RAD

Mentor  
Vedran Mudronja

Tomislav Deković

Zagreb, 2010



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite

Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum: 18-02-2010	Prilog
Klasa: 602-04/10-6/8	
Ur.broj: 15-1703-10-112	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **TOMISLAV DEKOVIĆ**

Mat. br.: 35981196

Naslov: **SIX SIGMA METRIKA**

Opis zadatka:

1. Opisati i razraditi parametre metrike koja se koristi u Six Sigma projektima. Posebice obraditi RTY, DPMO i Cpk.
2. Koristeći stvarne primjere obrazložiti primjenjivost analiziranih metričkih parametara.

U radu koristiti iskustva i materijale Katedre za mjerenje i kontrolu FSB-a, te navesti eventualnu pomoć.

Zadatak zadan:  
17. prosinca 2009.

Rok predaje rada:  
18. veljače 2010.

Predviđeni datum obrane:  
24. – 26. veljače 2010.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Prof.dr.sc. Vedran Mudronja

Prof. dr. sc. Franio Cajner

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno, koristeći znanje stečeno tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru profesoru dr. sc. Vedranu Mudronji na pomoći pri odabiru aktualne i zanimljive teme te razumijevanju, sugestijama i pomoći pri izradi rada.

Tomislav Deković

## Sažetak

S razvojem industrije i tehnološkim napretkom sve više raste značaj sustavnog pristupa kvaliteti. Kvaliteta je kao pojam od početka industrijskog društva do danas mijenjala značenja, te je teško jednoznačno definirati kvalitetu. Jednostavna, a istodobno dovoljno određena definicija kvalitete je sadržana u normi ISO 9000:2000 gdje se kvaliteta definira kao stupanj u kojemu skup svojstvenih značajki zadovoljava zahtjeve.

S razvojem moderne industrije sve se više napredovalo od samog kontroliranja do osiguranja i upravljanja kvalitetom. Najnoviji trendovi razinu kvalitete podižu na još višu razinu kroz težnju dostizanja poslovne izvrsnosti. Između više poznatih strategija za postizanje poslovne izvrsnosti u tzv. zapadnom kulturnom okruženju (Europa i Amerika) veliki uspjeh postigla je metodologija  $6\sigma$  nastala u kompaniji Motorola 80-ih godina prošlog stoljeća. Kombinacija metrike, metodologije i upravljanja koja je prilagođena zapadnjačkom mentalitetu postigla je velik uspjeh. Strukturiranom primjenom statistike i koncentracijom na eliminaciji varijacija omogućava povećanje razine kvalitete i općenito konkurentnosti na tržištu tvrtkama koje je uvedu.

$6\sigma$  metodologija inzistira na mjerljivosti svih važnih veličina, što omogućuje učinkovitu statističku analizu na osnovu koje će se pronaći način uklanjanja neželjenih varijacija. U svemu tome važnu ulogu igra poznavanje statistike, a posebno  $6\sigma$  metrike. Ovaj rad tumači nastanak i primjenu važnih parametara metrike koji omogućuju analizu procesa u  $6\sigma$  metodologiji.

# Sadržaj

Sažetak .....	3
Popis slika.....	6
Popis tablica .....	7
Popis oznaka i mjernih jedinica fizikalnih veličina.....	8
1 Uvod.....	10
2 6 $\sigma$ metodologija .....	13
2.1 Čime se bavi 6 $\sigma$ ? .....	13
3 Statistički aspekt 6 $\sigma$ metodologije.....	17
3.1 Osnovne veličine deskriptivne statistike.....	17
3.2 Uzroci varijacije s obzirom na vrijeme odvijanja procesa.....	19
3.2.1 Varijacije u kratkom vremenskom razdoblju .....	20
3.2.2 Varijacije u dužem vremenskom razdoblju.....	23
3.2.3 Poveznica dugoročne i kratkoročne varijacije.....	24
3.3 Određivanje granica tolerancije.....	25
4 Sposobnost procesa .....	30
4.1 Demonstrirana izvrsnost $C_{pk}$ .....	32
4.1.1 Ostali kriteriji sposobnosti procesa.....	35
5 Dozvoljeni pojas klizanja od $\pm 1,5\sigma$ .....	36
6 Poboljšavanje procesa .....	38
6.1.1 Način poboljšavanja procesa kod 6 $\sigma$ metodologije .....	39
7 Mjere u 6 $\sigma$ metodologiji.....	41
7.1 PPM – očekivani broj defektnih jedinica proizvoda u milijun proizvedenih	42
7.2 DPU – broj nesukladnosti po jedinici proizvoda .....	44
7.3 DPO – broj nesukladnosti po mogućnosti za nesukladnost.....	45
7.4 DPMO – broj nesukladnosti na milijun mogućnosti .....	46
8 Učinkovitost procesa.....	49
8.1 Ukupna učinkovitost niza procesa – RTY.....	51
8.1.1 Računanje ukupne učinkovitosti procesa u realnim proizvodnim procesima.....	53
8.1.2 Matematička pozadina procjene RTY.....	53

8.1.3	Usporedba računanja i procjene <i>RTY</i> -a.....	56
8.1.4	Utjecaj $\sigma$ -razine na <i>RTY</i> .....	58
9	Primjer primjene $6\sigma$ metrike .....	61
9.1	Analiza i simulacija opisanog problema .....	62
10	Zaključak.....	68
11	Popis literature.....	69

## Popis slika

Dijagram 1 - DMAIC metodologija.....	15
Dijagram 2 - Broj sklopljenih proizvoda u jednom satu .....	19
Dijagram 3 - vremenski isječak 340 - 420 h .....	21
Dijagram 4 - Dodavanjem linije trenda lakše je uočiti dugoročnu varijaciju .....	23
Dijagram 5 - prikaz odnosa kratkoročne i dugoročne varijance .....	25
Dijagram 6 - rubne veličine specifikacije .....	27
Dijagram 7 - usporedba Taguchijeve krivulje gubitaka i tradicionalnog pristupa COPQ.....	28
Dijagram 8 - Sposobnost procesa, karakteristične veličine.....	30
Dijagram 9 - Karakteristične vrijednosti $C_p$ za centrirani proces.....	31
Dijagram 10 - Preciznost i točnost.....	33
Dijagram 11 - Klizanje procesa za $1,5\sigma$ .....	36
Dijagram 12 - Smanjenje troškova loše kvalitete unapređenjem kvalitete procesa .....	40
Dijagram 13 - Važnost kontrole svih CTQ svojstava.....	45
Dijagram 14 - učinkovitost jednog procesa .....	49
Dijagram 15 – prividna i prava učinkovitost više procesa .....	50
Dijagram 16 - realna učinkovitost više procesa .....	52
Dijagram 17 - usporedba binomne i Poissonove razdiobe ( $x=0; n=1$ ).....	56
Dijagram 18 - utjecaj $\sigma$ -razine na RTY - centrirani proces.....	59
Dijagram 19 - utjecaj $\sigma$ -razine na RTY - proces pomaknut za $1,5 \sigma$ .....	59

## Popis tablica

Tablica 1 - Karakteristične veličine nekih $\sigma$ – razina .....	37
Tablica 2 - Povezanost $C_{pk}$ , $Z_{min}$ i $PPM$ .....	43
Tablica 3 - $RTY$ karta .....	52
Tablica 4 - Usporedba binomne i Poissonove razdiobe .....	54
Tablica 5 - usporedba binomne i Poissonove razdiobe ( $x=0$ ; $n=1$ ).....	56

## Popis oznaka i mjernih jedinica fizikalnih veličina

Oznaka	Mjerna jedinica	Fizikalna veličina
<i>COPOQ</i>		troškovi loše kvalitete izraženi kroz postotak prodaje (eng. Cost Of Poor Quality)
$C_p$		indeks potencijalne sposobnosti procesa
$C_{pk}$		indeks demonstrirane izvrsnosti
$C_r$		omjer sposobnosti
CTQ	-	veličina koja ima izravan utjecaj na kvalitetu (eng. Critical To Quality)
<i>DGT</i>		donja granica tolerancije
DMAIC	-	definiranje, mjerenje, analiza, poboljšanje, kontrola (eng. Define, Measure, Analyze, Improve, Control)
DMADV	-	definiranje, mjerenje, analiza, konstruiranje, provjera (eng. Define, Measure, Analyze, Design, Verify)
<i>DPMO</i>		broj nesukladnosti na milijun mogućnosti
<i>DPO</i>		broj nesukladnosti po mogućnosti za nesukladnost
<i>DPU</i>		broj nesukladnosti po jedinici proizvoda
<i>FPY</i>		stupanj učinkovitosti pojedinačnog procesa (eng. First Pass Yield)
<i>FTY</i>		prolaznost procesa (eng. First Time Yield)
<i>GGT</i>		gornja granica tolerancije
<i>Me</i>		medijan uzorka
<i>Mo</i>		mod uzorka
$n$		veličina uzorka ili populacije, broj jedinica proizvoda
$n_o$		broj prilika za nesukladnost
$n_N$		broj nesukladnih proizvoda
$o$		mogući broj nesukladnosti na jednom komadu proizvoda
$P$		vjerojatnost
$p$		vjerojatnost nastupa promatranog događaja (parametar binomne razdiobe)
PDCA	-	Shewhartov ciklus: planiraj, učini, provjeri, djeluj (eng. Plan, Do, Check, Act)
<i>PPM</i>		broj defektnih jedinica u milijun proizvedenih
$q$		vjerojatnost nastupa događaja suprotnog od promatranog (parametar binomne razdiobe)
$R$		raspon veličina (uzorka ili populacije)
$\bar{R}$		prosječni raspon
<i>RTY</i>		ukupna učinkovitost niza procesa
$s$		standardna devijacija uzorka
$\hat{s}$		procijenjena standardna devijacija uzorka
$T$		širina tolerancijskog polja
$\bar{x}$		aritmetička sredina uzorka
$\lambda$		parametar Poissonove distribucije, označava i očekivanje i varijancu ( $\lambda = np$ )

$\mu$	aritmetička sredina populacije
$\sigma$	standardna devijacija populacije
$\hat{\sigma}$	procijenjena standardna devijacija populacije
$\sigma_{ST}$	kratkoročna standardna devijacija (eng. short term)
$\sigma_{LT}$	dugoročna standardna devijacija (eng. long term)

# 1 Uvod

U posljednjih desetak godina nagla industrijalizacija dalekoistočnih zemalja (prvenstveno Kine, Tajvana, Malezije pa čak i Indije) dovela je do drastičnog pada cijena raznih proizvoda, od robe široke potrošnje do alata i bijele tehnike. Godine 1997. je istekao međunarodni ugovor koji je značio britansku kontrolu Hong Konga, i istekom ugovora Hong Kong se opet ujedinio s Kinom. Iz kolonijalne faze je na tom području ostala napredna proizvodna tehnologija i znanja koja su omogućila nastavak proizvodnje na razini znatno višoj nego u ostatku Kine. Odlukom kineske vlade i partije počela je nagla industrijalizacija, najprije u tom području, a zatim i u ostalim dijelovima Kine. Taj proces je bio prekretnica koja je označila stvaranje novog odnosa snaga u globalnoj industriji. Mnogi analitičari se slažu kako će Kina ubrzo postati apsolutno najveća zemlja-proizvođač na svijetu. U početku je ta mlada industrija izvozila samo igračke i tehnološki jednostavne proizvode, ali do danas se raširila i na visoko tehnološka tržišta poput proizvodnje automobila i računalne opreme.

Ovaj vid razvoja su više ili manje uspješno kopirale i druge države susjedne Kini. Dalekoistočne zemlje tzv. Azijski tigrovi zbog tamošnjeg standarda života nude značajno nižu cijenu rada koja je kombinirana sa jeftinim materijalima i nižom razinom kvalitete preplavila tržište jeftinom robom kojoj ovdašnja zapadna industrija nije mogla konkurirati cijenom. Naravno, nakon nekog vremena početni trend kupovanja jeftinih i nekvalitetnih proizvoda je ponešto smanjen i potrošači su postali svjesni niske pouzdanosti i vrijednosti takvih proizvoda. U svakom slučaju, kako je konkurencija uvijek dobra za potrošače, tako je i sada moguće do devedesetih godina nezamislivo kupiti primjerice televizor za stotinjak dolara. Zbog tog fenomena pada cijena jeftine i nekvalitetne robe došlo je i do reakcije u segmentu kvalitetnijih proizvoda čija je cijena također pala. Pritisak dalekoistočne konkurencije natjerao je zapadnjačku industriju da snizi cijene svojih proizvoda i smanji profitnu marginu.

Svjesne da se s novim konkurentom ne mogu natjecati niskom tržišnom cijenom, europska i američka industrija su se uglavnom orijentirale na segment zahtjevnijih kupaca koji traže određenu razinu kvalitete proizvoda. Osim toga, lobiranjem i pritiskom na vlade osnažen je značaj certifikata kvalitete (npr. CE i FCC sa zahtjevima u pogledu sigurnosti, zaštite zdravlja i okoliša) koji su postali de facto uvjet za izlazak na tržište u mnogim granama tržišta. Naravno da ispunjenje zahtjeva tih certifikata povećava cijenu proizvoda, ali istodobno podiže i razinu kvalitete, sigurnosti i pouzdanosti tog istog proizvoda. Umjesto prijašnjih carinskih i administrativnih ograničenja u Europskoj uniji su uvedene jasne tehničke zapreke u obliku kvalitete proizvoda.

Segmentacija tržišta i smanjenje profitne margine zapadnu industriju je natjerala na racionalizaciju svoje proizvodnje da bi se uopće održala na tržištu. S obzirom na to da povećanje razine kvalitete istodobno značajno snižava troškove proizvodnje i

povećava zadovoljstvo potrošača (povećava konkurentnost) pojam kvalitete je postao ključan za poslovni model današnje industrije. Jasno je da kvalitetan proizvod ima višu tržišnu vrijednost od manje kvalitetnog istovrsnog proizvoda, a ta razlika u cijeni opet povećava marginu profita za proizvođača koji prirodno teži povećanju profita. Naravno, opet se postavlja pitanje koliko je moguće podići cijenu tog kvalitetnog proizvoda da bi još uvijek ostao konkurentan na tržištu.

Cilj svake industrije je vrlo razumljiv i jasan: održati se na tržištu i po mogućnosti rasti. Proizvodnjom onoga što tržište traži, uz prihvatljivu cijenu i razumne rokove isporuke, proizvoditi kvalitetne proizvode koji će imati svoje kupce. Kontinuiranim poboljšavanjem kvalitete svojih proizvoda stvara se reputacija koja garantira udio na tržištu. Kvaliteta proizvoda i ugled proizvođača dobivaju sve veći značaj. Nakon kratke faze u kojoj je presudna bila niska cijena, sad je omjer cijene i kvalitete ključan za uspjeh na tržištu.

Globalizacija tržišta i sve brži tehnološki napredak na svim poljima uzrokuju vrlo brze i česte promjene na tržištu. Bogate zemlje i industrije diktiraju tempo svojim tehnološkim napretkom, dok ih "mali" pokušavaju pratiti u stopu. Takvi tržišni uvjeti uvjetuju odmak od tradicionalnog stila upravljanja i traže prilagodljivu strukturu sustava u kojoj nema mjesta tromosti, i u kojoj uprave moraju pronaći brza i učinkovita rješenja. Samo sustavi koji kontinuirano poboljšavaju svoje poslovanje mogu očuvati status, poboljšati svoje tržišne rezultate i biti vodeći na tržištu<sup>1</sup>.

Kada razmotrimo tri osnovna kriterija uspjeha nekog proizvoda na tržištu (cijenu, kvalitetu i rok isporuke) jasno je da se na dva kriterija može utjecati relativno brzo – cijenu je u određenim granicama moguće mijenjati, a rok isporuke je stvar dogovora proizvođača i dobavljača. Razina kvalitete kao treći kriterij je ipak drugačiji, i potrebno je provesti mnoge promjene i prilagodbe u samoj proizvodnji kako bi na njega utjecali. Pokazalo se da nije jedino važna kvaliteta samog proizvoda, nego da je kvaliteta proizvodnog procesa ključna. Kvaliteta proizvodnog procesa ionako garantira kvalitetan proizvod, a uz to rješava probleme vezane uz troškove dorade, škarta i slične na prvi pogled nevidljive probleme.

Značaj pojma kvalitete su prvi uočili Japanci koji su svojom predanošću i mentalitetom od jednog od gubitnika u drugom svjetskom ratu postali druga gospodarska sila na svijetu. Iako je "otac" kvalitete Edward Deming Amerikanac, Japan je prava domovina pojma kvalitete. Nakon rata Deming je došao u Japan držati predavanja iz novih tehnika menadžmenta u kojima je promovirao značaj statističke kontrole kvalitete. Jedna od stvari ključnih za uspjeh je bilo i to što je Deming inzistirao da na njegovim seminarima sudjeluju i ljudi iz uprave, tzv. top menadžment. Osim toga, Japanci su prihvaćali ideje koje američki menadžment nije htio prihvatiti zbog svoje tromosti ili konformizma.

Drugi čovjek koji je vrlo značajan za razvoj kvalitete je imao sličan životni put kao i Deming. Joseph M. Juran je također Amerikanac kojeg su u domovini ignorirali a u Japanu je shvaćen i uvažavan. Iako je u nekim stvarima imao različite poglede i

pristup od Deminga, jer je za razliku od njega Juran promovirao vertikalni menadžment i tehničke metode ispred ponosa ili zadovoljstva<sup>11</sup>. Japanska kultura i mentalitet su također pogodovali prihvaćanju i razvoju njihovih ideja, a neki od njihovih učenika su i sami postali veličine u svijetu kvalitete (npr. Kaoro Ishikawa koji danas nije ništa manje poznat od svojih uzora i učitelja). Sveobuhvatnom edukacijom radnika i uprave japanska industrija je postigla vrlo visoku proizvodnost i učinkovitost unatoč siromašnim prirodnim resursima zemlje i jakoj konkurenciji iz Amerike koja ih je pokušavala gušiti na sve načine.

Fascinirani uspjehom Japanske industrije Amerikanci su dugo pokušavali imitirati i implementirati njihove metode u svojoj industriji ali bez uspjeha. Djelomično je to bilo zbog drugačijeg mentaliteta, djelomično zbog tromosti sustava, ali vjerojatno je taj problem najbolje opisao sam Deming kad je opisujući posjet američkih gospodarstvenika Japanu opisao u tri rečenice: "Oni nisu znali što treba gledati. Oni nisu znali što treba pitati. Oni nisu ništa vidjeli." Amerikanci su nakon tog posjeta pokušavali preslikati samo neke segmente sustava kao što su JIT ili krugovi kvalitete, ali nisu shvaćali da se sustavi previše razlikuju da bi to uspjelo. Za razliku od Japanaca koji su kulturološki drugačiji i koji su motivaciju nalazili u poštovanju, osjećaju ponosa i općeg dobra, američki sustav je poznavao samo jednu vrstu motivacije – novac.

## 2 6 $\sigma$ metodologija

Nakon dugog razdoblja pokušaja i pogrešaka ipak je krenulo na bolje. Kompanija Motorola, koja je izravne konkurente imala u Japanu čija je elektronička industrija uvijek bila među vodećima, je napravila ključan korak. Inženjer za pouzdanost u Motoroli Bill Smith se smatra tvorcem metodologije 6 $\sigma$ , a ideju je prihvatio i pomogao u realizaciji predsjednik kompanije Robert Galvin. Baš u to vrijeme jedna japanska tvrtka je kupila jedan od Motorolinih pogona u kojem su se proizvodili TV prijemnici. Nakon nekog vremena počeli su u istom pogonu, sa istim strojevima i istom radnom snagom proizvoditi sa 20 puta manje grešaka, što je bilo fascinantno. To je motiviralo Galvina da dodatno pogura Smithovu metodologiju koja je bila usmjerena baš na smanjivanje grešaka u proizvodnji. Od inicijalno skromnog cilja (smanjenje grešaka u proizvodnji elektroničkih komponenata) sustavnim su radom razvili moderni pristup teoriji upravljanja kvalitetom. Uz neke specifične promjene Smithova metodologija je postala ono što je danas poznato pod nazivom 6 $\sigma$ , a pravu afirmaciju je doživjela 1988. godine.

Stručnjaci koji su od 1984. godine u Motoroli radili na razvoju tog sustava su nakon deset godina rada i postignutih izvrsnih rezultata 1994. napustili kompaniju, i već 1995. godine osnovali tvrtku Allied Signal koja radi na razvoju 6 $\sigma$  inicijative. Ta inicijativa je zamijećena i na Wall Streetu kao vrlo perspektivni model funkcioniranja sustava, ne samo u proizvodnji nego i u sustavu koji nudi usluge. Iste godine kompanija General Electric započinje sa uvođenjem sustava 6 $\sigma$  i također postiže izvanredne poslovne rezultate. Kroz implementaciju 6 $\sigma$  u GE-u pokazalo se da model razvijen u Motoroli nije baš pogodan za svaku kompaniju zbog toga što je Motorola već prije bila dobro uređena i organizirana. Tako je na originalne četiri faze razvijene u Motoroli (Control, Improve, Analyze, Measure) dodana i faza Define kao neophodna pri uvođenju 6 $\sigma$  metoda.

Rezultati metodologije 6 $\sigma$  su neosporivi. Motorola je objavila da je tijekom prvih deset godina primjene 6 $\sigma$  povećala dobit za 15 milijardi dolara, prodaja im je rasla po stopi od 17% godišnje, dobit 17,2% godišnje, a troškovi loše kvalitete po jedinici proizvoda su smanjeni za 84%. Proizvodnost je porasla za 204%, u prosjeku za 12,3% godišnje. General Electric računa da im je 1997. godine 6 $\sigma$  metodologija donijela prihod od 300 milijuna dolara, a 1998. preko milijardu dolara (iako su predviđali oko 600 milijuna). Nakon ovakvih postignuća mnoge tvrtke su počele uvoditi 6 $\sigma$  metodologiju, a najpoznatije među njima su IBM, Texas Instruments, Nokia, Sony, Ford, Lockheed Martin, Kodak, Volvo, Bombardier i dr. U svim tim kompanijama postignuti su izvrsni rezultati, iako je za njihovo postizanje potrebno mnogo promjena u strukturi poduzeća, znanja i truda.

### 2.1 Čime se bavi 6 $\sigma$ ?

6 $\sigma$  se zapravo usredotočuje na tri glavna područja koja nastoji usavršiti:

- povećanje zadovoljstva kupaca;
- skraćivanje vremenskog ciklusa procesa;
- smanjenje učestalosti nesukladnosti u procesu.

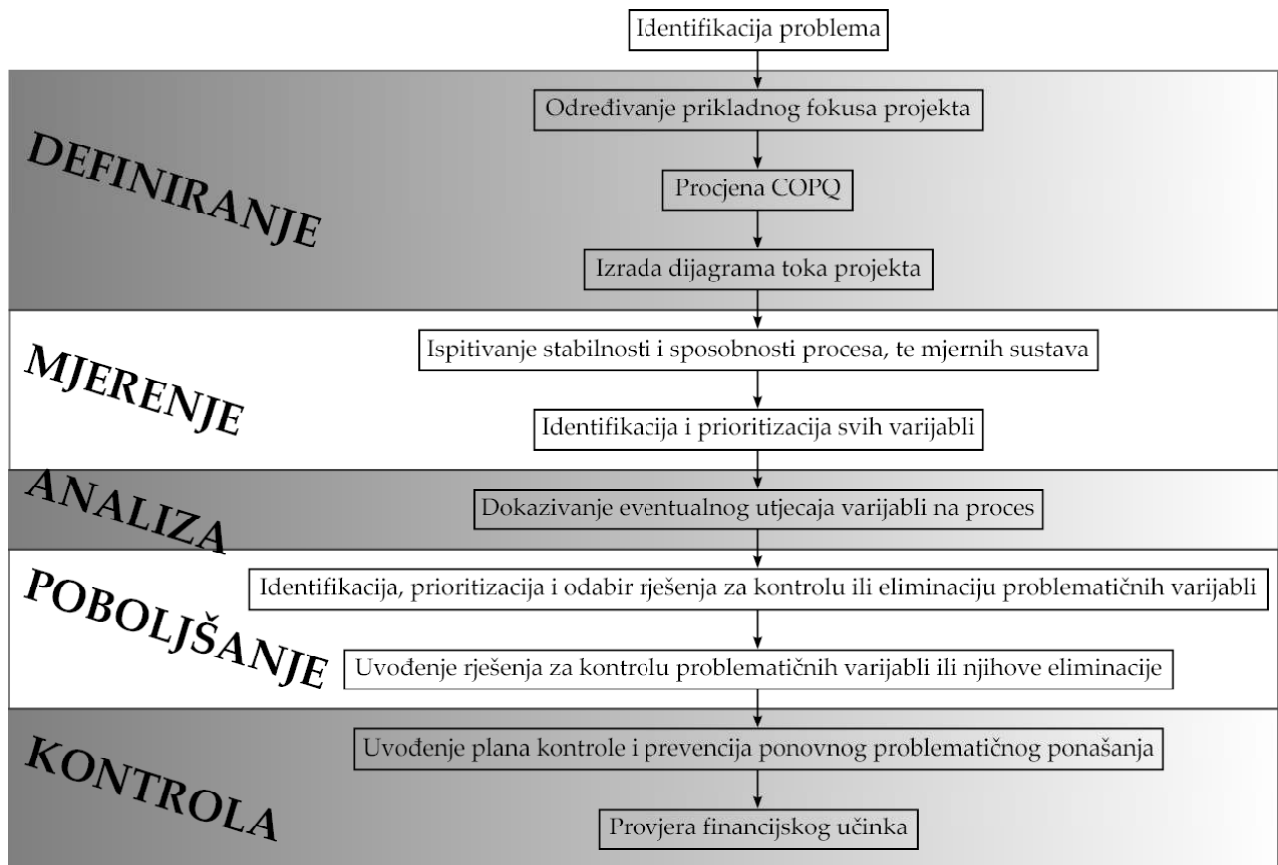
Jasno je da poboljšanje na bilo kojem od tri navedena područja omogućuje višu proizvodnost i učinkovitost, popravljajući tržišni status i omogućuje značajne uštede. Često je pogrešno mišljenje da se metodologija  $6\sigma$  može primjenjivati samo u proizvodnim procesima ili u tvornicama – iako je nastala u tvorničkom okruženju,  $6\sigma$  se uspješno primjenjuje u svim područjima poslovanja bez obzira da li se radi o proizvodima ili uslugama (jedan od primjera je i uvođenje  $6\sigma$  u poslovanje gradske uprave Fort Wayne u Americi, procjena uštede kreće se u visini od 3 milijuna dolara).

Sve proizvodne operacije se razmatra kao niz procesa, koji se analiziraju kroz unaprijed određeni niz od pet faza: definiranje, mjerenje, analiza, poboljšanje i kontrola (tzv. DMAIC<sup>1</sup> ciklus). Dijagram 1 prikazuje razradu navedenih faza. Ovakav pristup razmatranja sustava kroz sve pojedine procese omogućuje objektivnu analizu i kvantifikaciju ključnih podataka, kako bi se određenim statističkim metodama pronašli dijelovi procesa koje je potrebno poboljšati da bi se smanjio udio grešaka i skratio vremenski ciklus procesa. Postoji i analogna metodologija DMADV<sup>2</sup> koja se primjenjuje kod konstruiranja novih proizvoda i proizvodnih procesa, za razliku od DMAIC koja se koristi kod već postojećih procesa.

---

<sup>1</sup> DMAIC – Define, Measure, Analyze, Improve, Control – definiranje, mjerenje, analiza, poboljšanje, kontrola

<sup>2</sup> DMADV – Define, Measure, Analyze, Design, Verify – definiranje, mjerenje, analiza, konstruiranje, provjera



**Dijagram 1 - DMAIC metodologija**

Statistika i statističke veličine nisu pravi smisao  $6\sigma$  metodologije, to su samo alati koji se koriste kako bi se usavršila djelatnost. Korištenje znanja iz mjerenja i statistike uvelike pomaže pri analizi procesa, jer se umjesto da ovisimo o subjektivnom osjećaju koriste egzaktno veličine koje omogućuju objektivno sagledavanje situacije i odgovarajuće djelovanje. I prije je bilo statističkih modela koji bi olakšavali analizu procesnih podataka ali oni su uglavnom bili uspješni samo u Japanu, dok se u zapadnom svijetu nisu pokazale uspješnima. Što onda čini  $6\sigma$  drugačijom metodologijom kad je uspjela u takvom okruženju?

Četiri su glavne karakteristike koje razlikuju  $6\sigma$  od drugih metodologija kvalitete:

- Discipliniran i strukturiran pristup u korištenju statističkih alata i tehnika – osnovna razlika između  $6\sigma$  i drugih metodologija kvalitete je mjerljivost. Iz konkretnih podataka se točno strukturiranim pristupom može doći do najboljih rješenja. U  $6\sigma$  nema nikakvih novih i revolucionarnih statističkih alata, koriste se već poznati ali na točno određen način i određenim redoslijedom koji garantira postizanje pravih (objektivnih) rezultata.
- $6\sigma$  se fokusira na kupca – cilj proizvodnje je oduševiti kupca proizvodom, ali i nakon toga se ne smije stati. Proizvod treba evoluirati i stalno poboljšavati kako bi ostao što konkurentniji. Zahtjevi, potrebe i očekivanja kupca su glavni prioritet u svim situacijama i procesima.

- $6\sigma$  osigurava brzi povrat investicije – kompanije koje su uvele  $6\sigma$  metodologiju vrlo brzo su osjetile značajan financijski učinak.
- $6\sigma$  mijenja način rada menadžmenta – svi se u poduzeću (uključujući i upravu) uče novom načinu razmišljanja. Umjesto česte pojave preklapanja ovlasti i dužnosti, sada se svi procesi planiraju i izvršavaju sa točno definiranim ciljem i to na način koji će dati najbolje efekte.

Očito je da  $6\sigma$  ima mnoge aspekte koje u ovom radu nema smisla elaborirati. Umjesto analize upravljanja poduzeća ili psihologije kupaca naglasak će biti više na tehničkom aspektu  $6\sigma$  metodologije. Osnova same metodologije su statistički alati koji su metodološki strukturirani na način da obradom podataka ukažu na ključ problema i koji čine osnovu koja omogućuje efikasno uklanjanje svih neželjenih varijacija i suvišnih zahvata koji usporavaju ili poskupljuju proces.

### 3 Statistički aspekt 6 $\sigma$ metodologije

6 $\sigma$  metodologija velik dio svoga uspjeha duguje upravo strukturiranom i učinkovitom statističkom pristupu. Sve važne veličine svakog pojedinog procesa unutar proizvodnog lanca se kvantificira i analizira kako bi se došlo do zaključaka na bazi konkretnih podataka, a ne na bazi intuicije. Mjerenje važnih veličina i statistička analiza dobivenih podataka su jedini pouzdani put do učinkovite proizvodnje i na kraju do konkurentnosti proizvoda na tržištu.

Već je spomenuto kako 6 $\sigma$  ne donosi nikakve nove i revolucionarne statističke alate, već se koristi poznatim metodama na način koji je strukturiran tako da u pravilu daje dobre rezultate bez obzira na prirodu analiziranog procesa. Orijentacijom na određene veličine koje će biti zajedničke svim analiziranim procesima olakšavamo i međusobnu komparaciju procesa različite tehničke prirode koji se nalaze u istom proizvodnom lancu nekog proizvoda (npr. miješanje sirovina za lijevanje i obrada odvajanjem čestica ili montaža). Jasno je kako podatke o količini određene sirovine ne možemo uspoređivati sa vremenom potrebnim za montažu konačnog proizvoda, ali uz praćenje i prikupljanje podataka o objema veličinama možemo doći do njihovih statističkih svojstava (koja ipak možemo uspoređivati) i utvrditi postoji li veza između promatranih varijabli. Npr. može se pokazati da udio određene sirovine u lijevu olakšava obradu i konačno stvarno ubrzava proces montaže.

Isto tako je poznato da primjena statistike u moderno doba postaje stvar opće kulture, iako se često radi o nesvjesnoj primjeni svi mi manje ili više donosimo zaključke na osnovu toga što većina ljudi radi, kupuje, pa čak i misli. Naravno, takva kulturološki uvjetovana primjena statistike često je daleko od tehničkog pristupa i ne daje ni približno pouzdane rezultate, ali jasno pokazuje trend povećanja značaja statistike u modernom društvu. Matematički strukturiran i svjesni pristup statistici uključuje malo dublju analizu od donošenja zaključaka samo na osnovu "srednje vrijednosti", ali zato su zaključci koje donosimo pouzdani i apsolutno opravdavaju vrijeme i trud uloženi u prikupljanje i analizu podataka.

#### 3.1 Osnovne veličine deskriptivne statistike

Metodama deskriptivne statistike skup vrijednosti numeričke varijable nastoji se opisati s pomoću manjeg broja numeričkih pokazatelja ili parametara, koji se općenito mogu svrstati u tri skupine <sup>III</sup>:

- mjere središnje tendencije (mjere lokacije);
- mjere rasipanja (disperzije);
- mjere oblika raspodjele.

Mjere središnje tendencije su najrazumljiviji i najintuitivniji način opisivanja svojstava nekog skupa podataka. Svima je bez obzira na stupanj obrazovanja jasan pojam srednje vrijednosti, iako svima nisu poznate i sve implikacije tog pojma. Ipak

je potrebno poznavati osnove statistike da bi se moglo prosuđivati o prikladnosti korištenja srednje vrijednosti da bi se izrazio određeni parametar<sup>3</sup>.

Iskustveno je poznato da vrijednosti numeričke statističke varijable pokazuju tendenciju gomilanja oko određene konstante. Srednju vrijednost je moguće odrediti ili računati na više načina, pa razlikujemo one koje se određuju na osnovu njihovog položaja u nizu (medijan i mod) i one koje se računaju iz svih vrijednosti varijable (kao što su aritmetička, harmonijska i geometrijska sredina). Iako postoji više načina određivanja, najvažnija mjera središnje tendencije je aritmetička sredina ili prosjek. Pri izražavanju aritmetičke sredine uzorka koristi se oznaka  $\bar{x}$ , a za aritmetičku sredinu populacije se koristi grčko slovo  $\mu$ . Računa se pomoću formule:  $\mu = \frac{\sum x_i}{N}$ .

Kod bilo kojeg skupa podataka važno je osim njegove centralne tendencije izraziti i mjeru rasipanja. Rasipanje statističkog niza je pregled varijacija članova niza, i što je niz homogeniji to je varijacija manja. Poznavanje rasipanja je važno da bi se mogla spoznati važnost srednje vrijednosti kao mjera središnje tendencije. Srednje će vrijednosti biti reprezentativnije što je rasipanje manje.

Najvažnija mjera varijacije je standardna devijacija, koja se definira kao drugi korijen iz sredine kvadrata odstupanja. Tako izračunata mjera izražava prosječno odstupanje vrijednosti varijable od prosjeka. Standardna devijacija je izražena u istim mjernim jedinicama kao i vrijednosti numeričke varijable, i kao takva označava apsolutnu mjeru disperzije. Kada se izražava standardna devijacija uzorka koristimo se oznakom  $s$ , dok se za standardnu devijaciju populacije koristi grčko slovo  $\sigma$ . Računa

se pomoću formule:  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}}$ .

S obzirom na raspored vrijednosti numeričke varijable oko aritmetičke sredine razlikujemo simetrične, pozitivno asimetrične i negativno asimetrične distribucije frekvencija. Simetričnim distribucijama je svojstveno da su sve srednje vrijednosti jednako udaljene. Pozitivno asimetrične distribucije imaju izdužen desni krak, te za njih vrijedi da je  $M_o < M_e < \bar{x}$ . Za negativno asimetrične distribucije vrijedi obrnuto, pa im je izdužen lijevi krak i vrijedi  $\bar{x} < M_e < M_o$ . Za asimetrične distribucije kao pokazatelj asimetrije se koriste koeficijent asimetrije, Pearsonova mjera asimetrije i Bowleyeva mjera asimetrije.

---

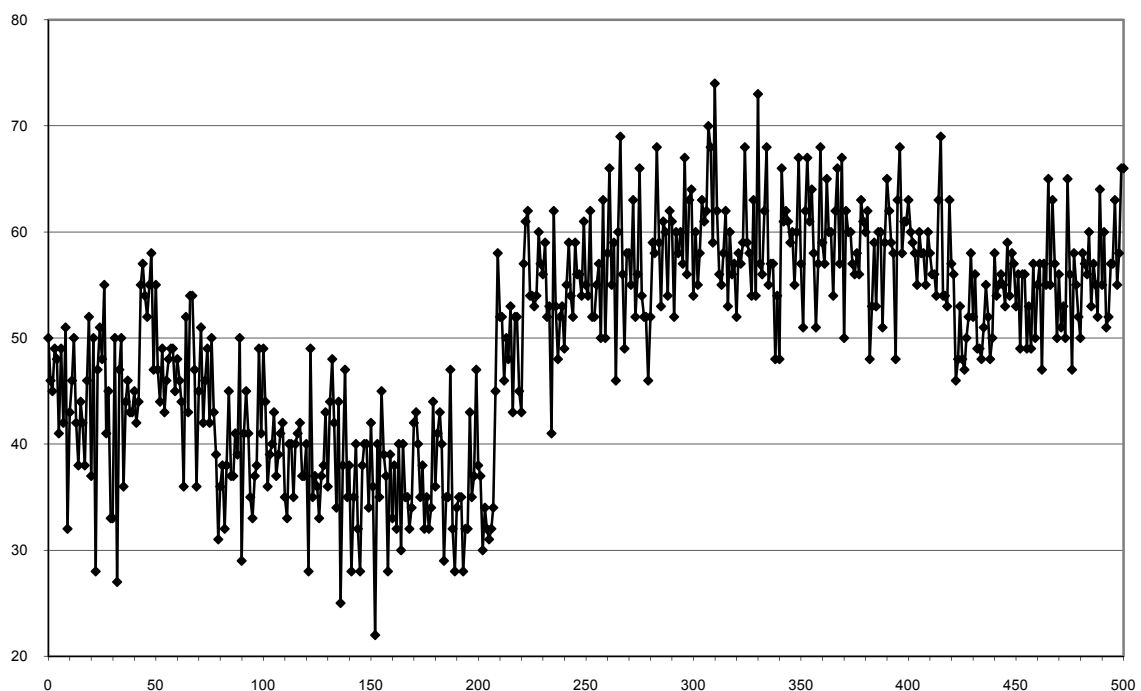
<sup>3</sup> Tipični primjer neprikladnog korištenja (znanstveno neopravdanog, politički opravdanog) srednje vrijednosti svakodnevno vidamo kod izražavanja prosječne plaće u RH. Da bi iskazali iznos plaće tipičnog građanina prikladnije bi bilo koristiti medijan, jer bi se time umanjio utjecaj iznimno visokih menadžerskih plaća kojih je u populaciji malo ali podižu prosjek.

### 3.2 Uzroci varijacije s obzirom na vrijeme odvijanja procesa

Okosnica  $6\sigma$  metodologije je varijacija, odnosno standardna devijacija. To je vidljivo i iz samog imena metodologije. Naravno, cilj metodologije nije utvrđivanje iznosa standardne devijacije, cilj je maksimalna eliminacija svih uzroka varijacije na koje je moguće utjecati. Postoje čvrsti razlozi zašto je fokus postavljen baš tako, glavni izvor kvarova i zastoja je baš varijacija. Osim toga, dokazana je jasna pozitivna korelacija između varijacije i troškova proizvodnje, posebno *COPQ*.

Jasno je da, dugoročno gledano, realni procesi ipak ne mogu imati učinak jednak idealnom, drugim riječima varijacija je neizbježna. Realni procesi su podložni različitim utjecajima i neke od njih je nemoguće predvidjeti, tako da postaje neizbježno da će se nakon dovoljno vremena bilo koja aproksimacija pokazati nepotpunom. Zbog toga se u definiciji  $6\sigma$  metodologije unosi i jedna rezerva: za proces koji teoretski ima najbližu granicu tolerancije udaljenu za  $6\sigma$  predviđa se da će dugoročno gledano doći do pada performansi i unaprijed se računa s time.

Da bi se objasnili razlozi i implikacija ovakvog postupanja u kojem se unaprijed odričemo postizanja i stalnog održavanja maksimalno moguće učinkovitosti potrebno je poznavati prirodu rasipanja rezultata procesa, odnosno varijancu. Pokušat ćemo to slikovito prikazati na jednostavnom primjeru u kojem ćemo analizirati broj sklopljenih proizvoda po radnom satu na određenom montažnom stolu. Dijagram 2 prikazuje kretanje broja sklopljenih jedinica nekog proizvoda za svaki radni sat, kroz relativno dugo razdoblje od 500 sati. Analizirajući ove podatke, slikovito ćemo prikazati razliku i utjecaj kratkoročne i dugoročne promjene varijance.



Dijagram 2 - Broj sklopljenih proizvoda u jednom satu

Ovakva struktura podataka se vrlo često pojavljuje u praksi, ne samo kod vremena trajanja neke operacije, nego i primjerice kontrola dimenzije određenog dijela proizvoda<sup>IV</sup>. Šire gledano to može biti i dnevni broj poziva u servisni centar ili čak vrijeme potrebno da se ispuni neki formular. Svi istovrsni podaci dobiveni nekakvim mjerenjem će imati neku centralnu tendenciju, varijaciju i različite trendove gledano u različitim vremenskim odsječcima.

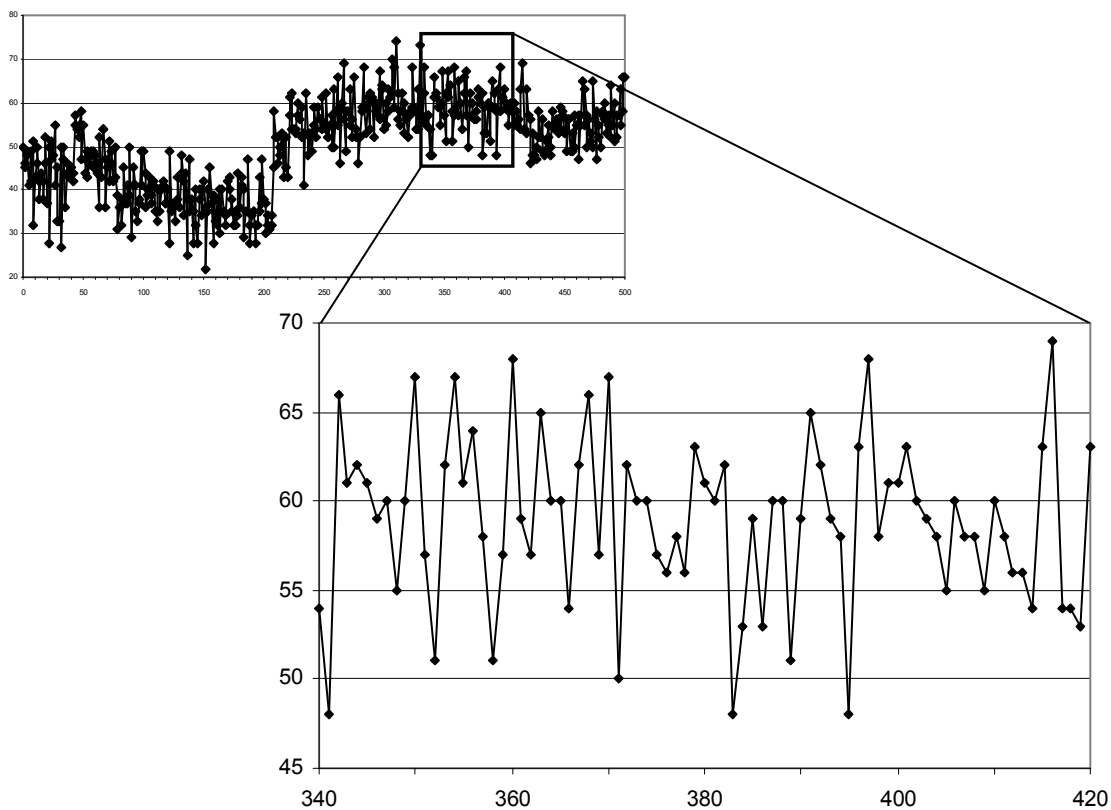
Promatrajući dijagram možemo uočiti kako postignute vrijednosti prate određene trendove. U početku lagano padaju, da bi se oko 50. sata odvijanja dogodio skokovit uspon, pa oko 75. sata skokovit pad, zatim opet padaju do 200. sata kada opet skokovito rastu itd. Ali uočljivo je kako se podaci kroz manje isječke vremena ograničeno rasipaju i uglavnom prate taj isti trend. Dakle, ako uzmemo cijeli skup podataka i iz njega izračunamo samo prosječnu vrijednost i standardnu devijaciju neizbježno ćemo odbaciti važne informacije o kretanju vrijednosti tijekom vremena. Zbog toga je važno zadržati sve informacije kako bismo mogli objektivno i potpuno analizirati podatke dobivene mjerenjem.

Gledajući kretanje vrijednosti kroz razdoblje od svih 500 sati odvijanja procesa možemo uočiti dva različita oblika promjene. Jedan je relativno stalan i održava varijaciju unutar određenog pojasa, dok drugi uzrokuje padove i rast (dugoročne trendove) dobivenog broja montiranih proizvoda. Dva ovako opisana oblika promjene koreliraju sa dva (ili više) različita izvora varijacije. U literaturi se najčešće spominju kao kratkoročna odnosno unutarnja i dugoročna ili vanjska varijacija.

### **3.2.1 Varijacije u kratkom vremenskom razdoblju**

Promatrajući Dijagram 2 u kraćim vremenskim odsječcima možemo primijetiti da se varijanica u bilo kojem kraćem razdoblju kreće u približno istim okvirima, prateći trend promjene srednje vrijednosti. Naravno, kao i u većini realnih podataka, postoje ekstremi koji se ne uklapaju u ovaj zaključak, ali ako pratimo raspon varijanci kroz svih 500 sati možemo uočiti da je širina otprilike jednaka i unutar raspona od 20 komada proizvoda.

Ako odaberemo jedan isječak, npr. od 340. do 420. sata odvijanja procesa, možemo na to razdoblje gledati kao na kraće vremensko razdoblje. Iako 80 radnih sati nije vremenski kratko razdoblje, u kontekstu ovih podataka možemo na to gledati kao kratko jer je raspon obuhvaćen mjerenjem 500 sati. Isto tako, moglo bi se umjesto o satima u nekim drugim mjerenjima raditi o sekundama ili godinama, važan je omjer cjelokupnog skupa podataka i promatranog isječka. Pitanje odnosa kratkog i dugog vremenskog razdoblja nije jednoznačno definirano, već ovisi o raspoloživim podacima i objektu analize. U principu vrijedi pravilo da je kratko razdoblje onaj vremenski rok u kojem do izražaja neće doći vanjski utjecaji.



**Dijagram 3 - vremenski isječak 340 - 420 h**

Dijagram 3 uvećano prikazuje kretanje broja montiranih proizvoda po satu u spomenutom razdoblju. Sada se bolje vidi kretanje promatrane veličine i uočljivo je da se varijanca stvarno kreće unutar ograničenog raspona, te gledajući sve podatke održava relativno stalnu vrijednost. Ova pojava je vrlo česta u prirodnim i tehničkim procesima, i relativno je lako objašnjiva.

U literaturi se ovaj kratkoročni oblik varijacije naziva unutrašnjom varijacijom i najčešće se razmatra kao čisto slučajna (stohastička). U jednostavnijim slučajevima moguće je navesti i neke njezine izvore, ali najčešće ih je nemoguće kvantificirati i u principu je nemoguće na njih utjecati. Cijeli uzročno-posljedični lanac je nepoznat i nemoguće ga je definirati.

Najjednostavniji primjer kojeg možemo analizirati na ovakav način bilo bi bacanje kocke. Ako pretpostavimo kocku savršenog oblika i homogene strukture (bez nekakvih trikova poput nehomogene gustoće ili magnetičnosti), opet će kod bacanja dobiveni broj ovisiti o velikom broju faktora. Neki od tih faktora su horizontalnost i hrapavost površine stola, eventualna zračna strujanja, način bacanja (s obzirom na brzinu i kut bacanja, brzinu rotacije, osi rotacije itd.).

Očito je nemoguće, ili barem neisplativo, utjecati na te faktore na način da povećamo učestalost pojave određenog broja. Zbog toga se takvi izvori varijacije nazivaju

unutarnjim, jer su svojstveni određenom procesu. Na unutarnje izvore varijacije je nemoguće utjecati, čak ih je vrlo teško i mjeriti ili analizirati. Zato takve varijacije jednostavno smatramo stohastičkim i jednostavno ih prihvaćamo kao neizbježne.

Zbog nemogućnosti utjecaja na unutarnje faktore ova vrsta varijance je i praktička granica efikasnosti koju ne možemo preći, te ona određuje maksimalni stupanj efikasnosti toga procesa. U literaturi na engleskom jeziku taj maksimalni stupanj učinkovitosti se naziva entitlement level<sup>4</sup>, definira se kao maksimalna učinkovitost nekog procesa koju je moguće postići bez redefiniranja načina rada procesa. Pojam entitlement level je analogan pojmu analize sposobnosti stroja, samo je definiran na razini procesa umjesto stroja (skupa procesa).

Postavlja se pitanje kako kvantificirati ovakve varijacije i izračunati varijancu koja će uključivati samo ovu kratkoročnu komponentu bez utjecaja ostalih "vanjskih" faktora. Očito je da konvencionalno računanje standardne varijacije iz skupa svih podataka ne razlikuje kratkoročne od dugoročnih varijacija jer kod standardne devijacije računamo samo prosječnu vrijednost kvadrata udaljenosti pojedinih vrijednosti od srednje vrijednosti.

Pristup koji će nam ipak omogućiti računanje kratkoročne varijacije očito mora dovesti u vezu vrijednosti koje slijede jedna za drugom, dakle sekvencijalno. Znači, računajući prosječni raspon između susjednih brojeva maksimalno ćemo eliminirati utjecaj dugoročnih izvora varijacije:

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - x_{i+1}|}{n-1}.$$

Koristeći korekcijski faktor možemo iz tog prosječnog raspona dobiti kratkoročnu standardnu devijaciju. Korekcijski faktor je konstanta koja ovisi samo o broju promatranih varijabli i za dvije varijable ( $x_i$  i  $x_{i+1}$ ) iznosi 1,128. Dakle, kratkoročna (unutarnja) standardna devijacija se računa prema:

$$\hat{\sigma}_{ST} = \frac{\bar{R}}{1,128} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - x_{i+1}|}{(n-1) \cdot 1,128}.$$

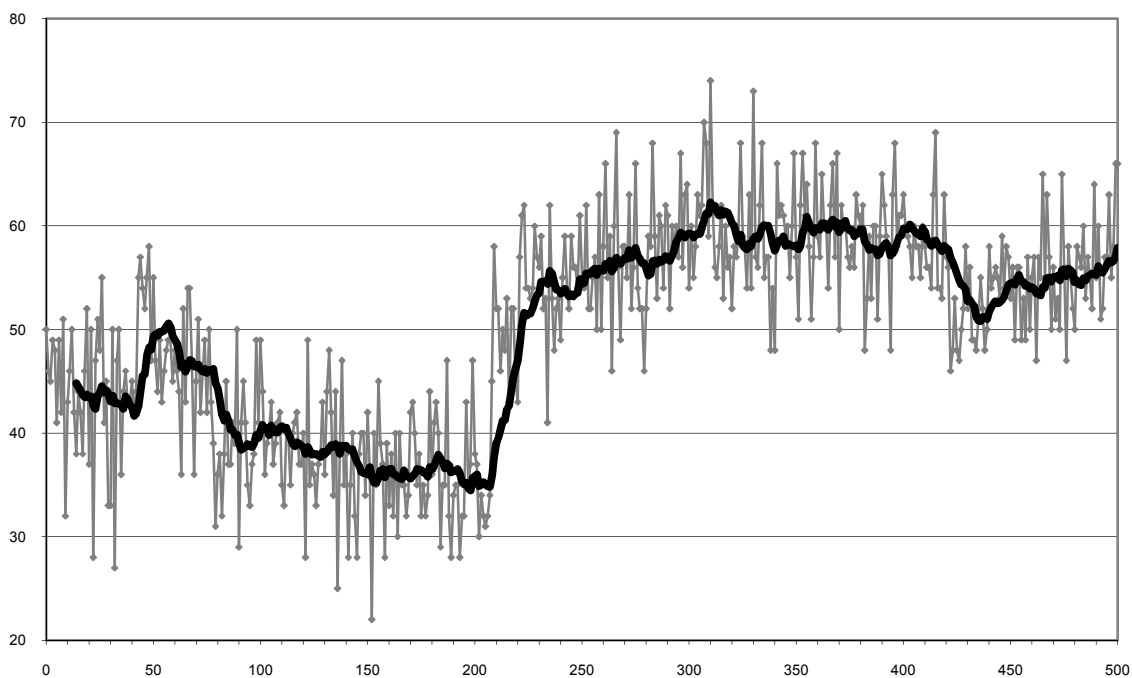
Važno je naglasiti kako je kratkoročnu standardnu devijaciju moguće računati samo ako raspoložemo podacima sortiranima prema redoslijedu mjerenja, bilo kakvo sortiranje koje mijenja redoslijed nepovratno odbacuje informaciju o kratkoročnoj varijaciji.

---

<sup>4</sup> Entitlement level – maksimalni stupanj učinkovitosti. Pojam entitlement je izvorno pravne prirode i odnosi se na zakonom ili ugovorom zajamčeno pravo.

### 3.2.2 Varijacije u dužem vremenskom razdoblju

Iz naših podataka očito je kako osim kratkoročne varijacije koju smo definirali i odredili način računanja postoji još neki izvor varijacije koji uzrokuje dugoročne promjene. Izvor tih dugoročnih promjena je vanjske prirode i nije svojstven samom procesu nego proizlazi od promjene neke od ulaznih veličina. Takvi vanjski faktori uzrokuju poremećaje koji su jasno vidljivi ako gledamo cjelokupni raspon podataka. Dijagram 4 na podatke o broju sklopljenih proizvoda po satu dodaje liniju trenda (izračunatu kroz prosjek svakih 15 susjednih vrijednosti), koja još slikovitije prikazuje vanjske poremećaje.



Dijagram 4 - Dodavanjem linije trenda lakše je uočiti dugoročnu varijaciju

Za razliku od kratkoročne varijance, dugoročna je uzrokovana vanjskim poremećajima čiji izvor u pravilu možemo odrediti. Dugoročni poremećaji nemaju onu stohastičku prirodu koju srećemo kod kratkoročnih, i najčešće je moguće definirati koji vanjski faktor uzrokuje poremećaj i takvu korelaciju matematički dokazati. Zabilježeni poremećaj (vidljiv iz podatka mjerenja) je relativno lako dovesti u vezu sa promjenom vanjskih uvjeta koja se dogodila točno za vrijeme pojave poremećaja.

U našem primjeru kao izvor takvih poremećaja može se pojaviti promjena radnika koji sastavlja proizvod, trošenje alata kojim se koristi, promjena nekog od svojstava komponenti koje se sastavljaju, promjena temperature ili vlažnosti zraka radne okoline itd. U nekim slučajevima moguće je čak i da promjena osvjetljenja prilikom zalaska sunca utječe na proizvodnost. Čest je slučaj i da proizvodnost varira ovisno o smjeni (dnevne smjene najčešće imaju bolju proizvodnost iz lako objašnjivih bioloških i psiholoških razloga).

Ekstremne poremećaje izazivaju kvarovi opreme, prometni zastoji, redukcije izvora energije poput električne struje ili plina, promjena dobavljača sirovine ili dijelova proizvoda i sl. Takvih potencijalnih izvora poremećaja ima beskonačno puno, ali zajedničko im je to da ih je moguće definirati i u određenoj mjeri kontrolirati kako bismo održali željenu učinkovitost procesa.

U pravilu kada imamo poremećaj koji ne izgleda kao posljedica unutarnje stohastičke prirode procesa, možemo ga pripisati nekom vanjskom uzroku. Dakle, kada se u rezultatima mjerenja pojavi poremećaj koji nije konzistentan s onime što očekujemo na osnovu kratkoročne varijacije, tada možemo zaključiti da je poremećaj posljedica nekog vanjskog utjecaja. Uzrok poremećaja tada treba otkriti i pronaći način na koji ćemo ga održati konstantnim, ili barem približno konstantnim kako ne bi loše utjecao na rezultate procesa.

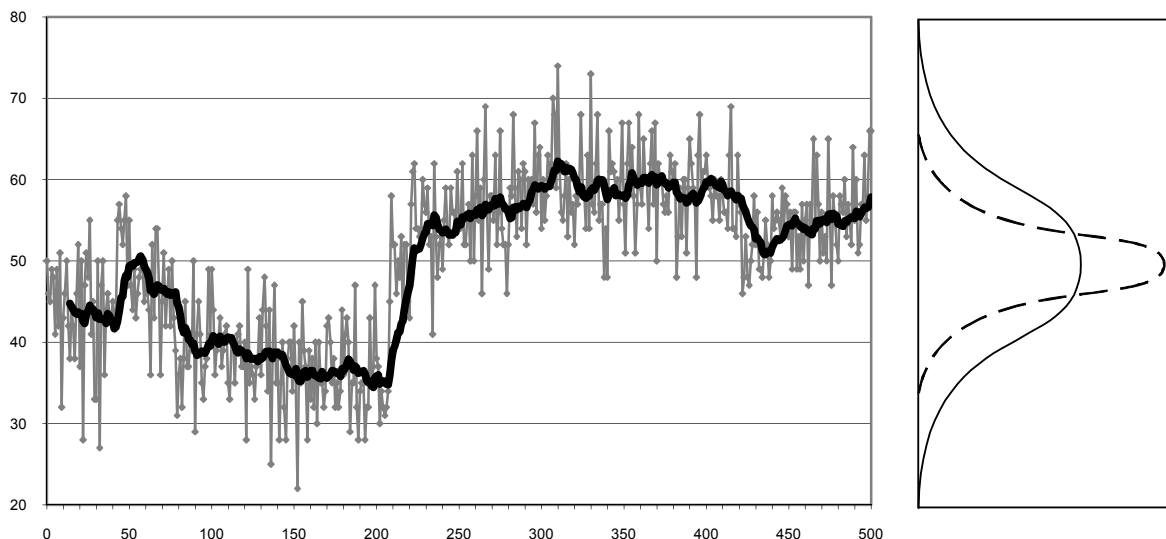
### **3.2.3 Poveznica dugoročne i kratkoročne varijacije**

Zbroj dugoročne varijance i kratkoročne koju smo definirali u prethodnom poglavlju daje ukupnu varijancu koju računamo na konvencionalni način iz svih podataka kojima raspolažemo. U principu, sama dugoročna varijanca se ne računa na direktan način nego njezin utjecaj možemo dobiti ako od ukupne varijance oduzmemo kratkoročnu. Na taj način možemo vidjeti koliko promjenu varijacije rezultata procesa uzrokuju unutarnji faktori na koje ne možemo utjecati, a koliki udio u varijaciji imaju vanjski faktori koje je moguće kontrolirati. Ta razlika nam ukazuje na eventualnu rezervu, odnosno pokazuje koliko je još moguće usavršiti proces da bismo postigli bolje rezultate bez redefiniranja samog principa funkcioniranja procesa.

Iz ovih razloga jasno je da je za potpunu analizu i dobivanje relevantnih podataka potrebno pratiti proces kroz duže vremensko razdoblje. Na osnovu dobivenih podataka treba razlučiti kratkoročnu od dugoročne varijance. Razlika tako dobivenih varijanci (odnosno standardnih devijacija) ukazuje na mogućnost poboljšanja procesa, a analizom uzroka poremećaja dolazimo i do načina na koji je moguće poboljšati sam proces.

Navest ćemo još jednu važnu činjenicu, dugoročna varijacija je uvijek veća od kratkoročne. Samo u idealnom slučaju one mogu biti jednake, i to znači da nema poremećaja uzrokovanih vanjskim faktorima niti postoji daljnji način podizanja učinkovitosti tog procesa. Ako na jednom dijagramu prikažemo obje varijance, moguće je situaciju slikovito prikazati kako bi bio jasniji utjecaj obaju izvora poremećaja.

Dijagram 5 slikovito prikazuje odnose kratkoročne i dugoročne varijacije u povezanosti sa osnovnim podacima. Sa desne strane izvornog dijagrama kojemu je dodana uprosječena linija trenda kretanja vrijednosti nalaze se dvije krivulje koje prikazuju distribuciju podataka.



Dijagram 5 - prikaz odnosa kratkoročne i dugoročne varijance

Puna linija prikazuje osnovni oblik distribucije i njoj odgovara konvencionalni način procjene standardne devijacije iz svih podataka. Tako dobivena distribucija je objektivni prikaz dugoročnog stanja i izražava učinkovitost procesa kroz duže vremensko razdoblje.

Isprekidana linija prikazuje kako bi distribucija podataka izgledala kada ne bi bilo vanjskih poremećaja. Kratkotrajna standardna devijacija je procijenjena na već objašnjeni način koji minimizira utjecaj dugoročne varijacije. Tako dobivena kratkoročna standardna devijacija je manja od ukupne, i zato uzrokuje približavanje točaka infleksije srednjoj vrijednosti na krivulji razdiobe.

$$\bar{x} = 49,89 \text{ kom/h}; \sum x = 24945 \text{ kom}$$

kratkoročna standardna devijacija:

$$s_{ST} = \frac{\bar{R}}{1,128} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - x_{i+1}|}{(n-1) \cdot 1,128}$$

$$s_{ST} = \frac{2882}{499 \cdot 1,128} = 5,12$$

dugoročna (ukupna) standardna devijacija:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{51052,95}{499}} = 10,11$$

### 3.3 Određivanje granica tolerancije

Pravilno određivanje granica tolerancije je jako bitno da bismo uopće mogli uspostaviti optimalno ponašanje procesa. Ako su granice postavljene preširoko, rasipanje rezultata se povećava uzrokujući pad kvalitete i konkurentnosti, te rast

troškova loše kvalitete (COPQ<sup>5</sup>). U slučaju da je tolerancijsko polje preusko, tada trošimo resurse (rad, energija, vrijeme) više nego što je potrebno da bismo imali zadovoljavajuću razinu kvalitete.

Zamislimo trivijalnu situaciju kod dostavljanja pice. Kritične veličine za dostavu pice su vrijeme dostave i temperatura dostavljenog toplog jela. Idealna temperatura bi za picu bila 50 °C, ali pitanje je koliko odstupanje je moguće tolerirati. Ako propišemo da se temperatura dostavljene pice mora kretati u intervalu od 49,5 – 50,5 °C tada ćemo imati velike poteškoće da bismo te zahtjeve ispunili. Morat ćemo svako dostavno vozilo opremiti toplinski izoliranim komorom, ali možda ni to neće biti dovoljno. Opet nam ostaje utjecaj temperature okoline (zima/ljeto), prometne gužve, trajanje donošenja pice od dostavnog vozila do ulaznih vrata kupca (lift/stepenište) i još puno drugih nepredvidljivih faktora.

Zbog toga je razumnije postaviti granice tolerancije u malo širem intervalu. Ali koliko širem? Možda bi interval 45 – 55 °C bio rješenje bliže optimalnom. Za konkretan odgovor potrebno je pronaći kompromis između zahtjeva korisnika i tehnoloških mogućnosti.

Još se postavlja i pitanje smisla propisivanja gornje granice u ovakvom jednosmjernom procesu. Očito je da se nitko neće žaliti na prevruću picu, a poštivanje eventualne gornje granice bi možda zahtijevalo dodatne radnje od strane dostavljača. Ovakva situacija u kojoj je granica tolerancije postavljena samo s jedne strane razdiobe uopće nije rijetka u praksi.

Zbog toga je važno postići da granice tolerancije odražavaju baš onu vrijednost koja dijeli loše od dobrih rezultata. Ta razdjelnica između dobrog i lošeg nije uvijek očita i ovisi o suprotstavljenim faktorima, čiji kompromis daje optimalnu vrijednost granice tolerancije. Pri postavljanju specifikacija važno je pridržavati se niza smjernica koje će osigurati takav kompromis. U engleskoj literaturi se radi lakšeg pamćenja te smjernice označavaju akronimom RUMBA<sup>6</sup> prema početnom slovu ključne riječi za svaku smjernicu koja osigurava da specifikacija bude:

- razumna (reasonable): Je li specifikacija zasnovana na realističnoj procjeni potreba kupca? Da li je specifikacija direktno povezana sa karakterističnom veličinom koja je ključna kod određivanja traženog svojstva?
- razumljiva (understandable): Je li specifikacija jasno izražena i potpuno definirana kako ne bi došlo do različitih interpretacija?
- mjerljiva (measurable): Je li karakteristična veličina mjerljiva, kako u proizvodnji tako i u prijemnoj kontroli kod kupca?

---

<sup>5</sup> COPQ – eng. Cost Of Poor Quality – troškovi loše kvalitete izraženi kroz postotak prodaje

<sup>6</sup> Reasonable, Understandable, Measurable, Believeable, Attainable

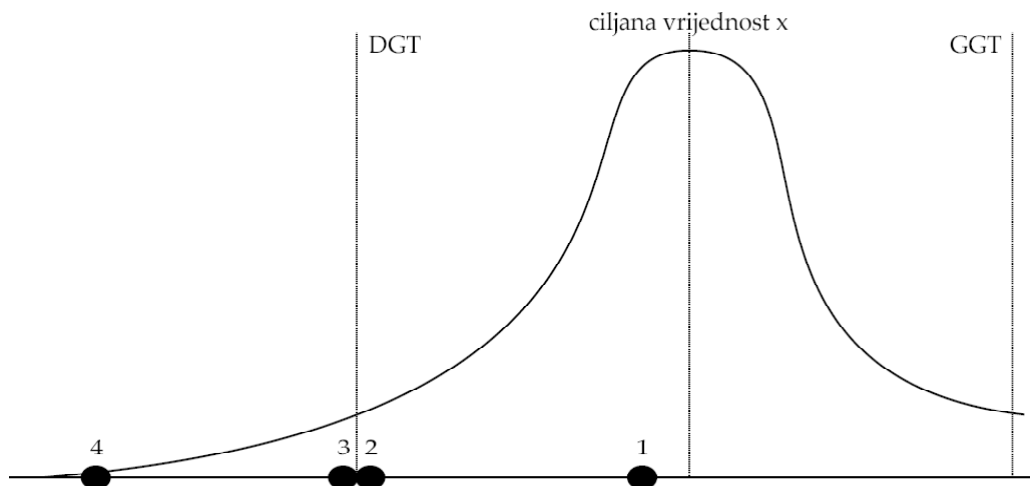
- uvjerljiva (beliveable): Da li se pojavljuju sumnje kod onoga tko određuje specifikaciju ili kod onih koji će je morati postići ili kontrolirati? Slažu li se sudionici procesa sa smislom postavljene vrijednosti?
- postizljiva (attainable): Je li moguće postići traženi raspon vrijednosti?

Ovih smjernica se treba pridržavati kod postavljanja novih specifikacija, a već postojeće specifikacije potrebno je uskladiti sa smjernicama. Ako postojeća specifikacija ne može ispuniti zahtjeve RUMBA smjernica, potrebno je planirati uvođenje nove specifikacije koja će to omogućiti.

Da bismo, držeći se RUMBA smjernica, granice specifikacije postavili na optimalnu vrijednost ipak je potrebno analizirati faktore koji utječu na iznos te optimalne vrijednosti koju želimo odrediti. Jasno je da određujući granice specifikacije tražimo graničnu vrijednost pri kojoj ćemo razdvojiti neizbježne troškove proizvodnje od troškova uzrokovanih lošom kvalitetom. Tradicionalno viđenje pojma kvalitete u užem smislu je bilo:

kvaliteta = usklađenost sa specifikacijama.

Nedostatak ovakvog gledišta je lako pokazati ako analiziramo neke karakteristične točke u kojima se može pojaviti izlazna vrijednost nekog procesa.

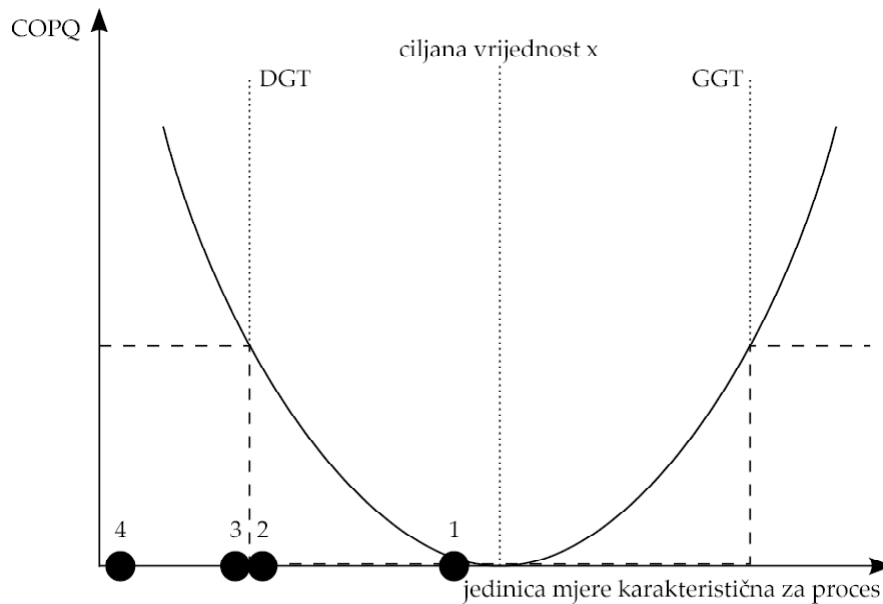


**Dijagram 6 - rubne veličine specifikacije**

Dijagram 6 prikazuje moguće četiri točke u kojima se može naći izlazna vrijednost procesa. Jasno je da je točka 1 najbolja jer je najbliža ciljanom vrijednosti, isto tako je vidljivo da točka 4 daleko prelazi donju granicu tolerancije. Ali uspoređujući točke 2 i 3 vidimo da točka 2 ulazi u polje tolerancija, dok točka 3 sa samo malo većim odstupanjem izlazi iz specifikacija i proglašava se nesukladnošću. Ako i pretpostavimo da će odstupanje točke 4 u stvarnom slučaju izazvati kvar ili zastoj, postavlja se pitanje kako neznatno manje odstupanje točke 2 garantira da neće doći do kvara a odstupanje točke 3 već izaziva kvar? Očito je da ovakav binarni pristup problemu ne odražava stvarno stanje stvari i moguće posljedice.

Vjerojatnost da dođe do kvara (ili neke druge neželjene posljedice) zaista se povećava što je veće odstupanje izlaza od ciljane vrijednosti procesa, ali ipak se ne ponaša kao skokovita funkcija. Isto tako se ni troškovi loše kvalitete ne povećavaju skokovito odmah pri prelasku granica tolerancije.

Jedan od gurua kvalitete, poznati japanski inženjer i statističar Genichi Taguchi je analizirajući problematiku troškova loše kvalitete ustanovio kako se oni povećavaju ovisno o odmaku od ciljane vrijednosti. U literaturi je poznata Taguchijeva krivulja gubitaka koja slikovito prikazuje tu pojavu.



**Dijagram 7 - usporedba Taguchijeve krivulje gubitaka i tradicionalnog pristupa COPQ**

Ako u tradicionalni dijagram troškova loše kvalitete ucrtamo Taguchijevu krivulju gubitaka, kako prikazuje Dijagram 7, tada možemo usporediti ta dva pristupa. Tradicionalistički pristup nam kaže kako su svi rezultati koji se nalaze unutar specifikacija dobri, a sve što izlazi izvan granica tolerancije je loše. Pri tome se ne pravi razlika između rezultata koji je relativno blizu granice tolerancije od onoga koji je jako udaljen. U dijagramu isprekidana linija prikazuje kretanje tradicionalnih COPQ-a.

Taguchijev pristup puno bolje odgovara stvarnom stanju jer, kako je već pokazano, nije svejedno koliki je odmak rezultata od ciljane vrijednosti. Taguchijeva krivulja je prikazana punom linijom i prikazuje kako su troškovi loše kvalitete manji što je izlazna vrijednost bliža ciljanoj vrijednosti. Prema tome, troškovi loše kvalitete postoje čak i unutar polja tolerancije što je realno jer i unutar granica tolerancije odstupanje uzrokuje troškove. Iako usklađenost sa specifikacijama garantira da će primjerice neki mehanizam biti moguće sklopiti, na njegovo funkcioniranje i rok trajanja će ipak utjecati odstupanja od ciljane (idealne) vrijednosti. Dio troškova loše kvalitete, kao što su troškovi škarta i dorade, će nestati ako se izlaz procesa nalazi unutar specifikacija, ali ipak će ostati dio troškova loše kvalitete koji se pojavljuju

kasnije. Primjer tih troškova su servisni troškovi i pojačano opterećenje servisne mreže.

Ako prihvatimo tvrdnju da se troškovi loše kvalitete postupno povećavaju s udaljenošću od granica tolerancije, tada bi prikladnija definicija kvalitete glasila:

kvaliteta = postizanje ciljane vrijednosti uz što je manje moguće rasipanje.

Uz ovakvu tvrdnju je jasno da ćemo konkretnu vrijednost granica tolerancije odrediti poštujući RUMBA smjernice, ali istodobno treba težiti tome da se rasipanje rezultata procesa smanji na najmanju moguću mjeru jer je ključ smanjivanja troškova postizanje što je manje moguće manjeg rasipanja izlazne vrijednosti procesa. Kod procesa koji zadovoljava zahtjeve  $6\sigma$  ćemo imati situaciju da samo mali dio rezultata procesa dostiže granice tolerancije (samo 3,4 ‰).

## 4 Sposobnost procesa

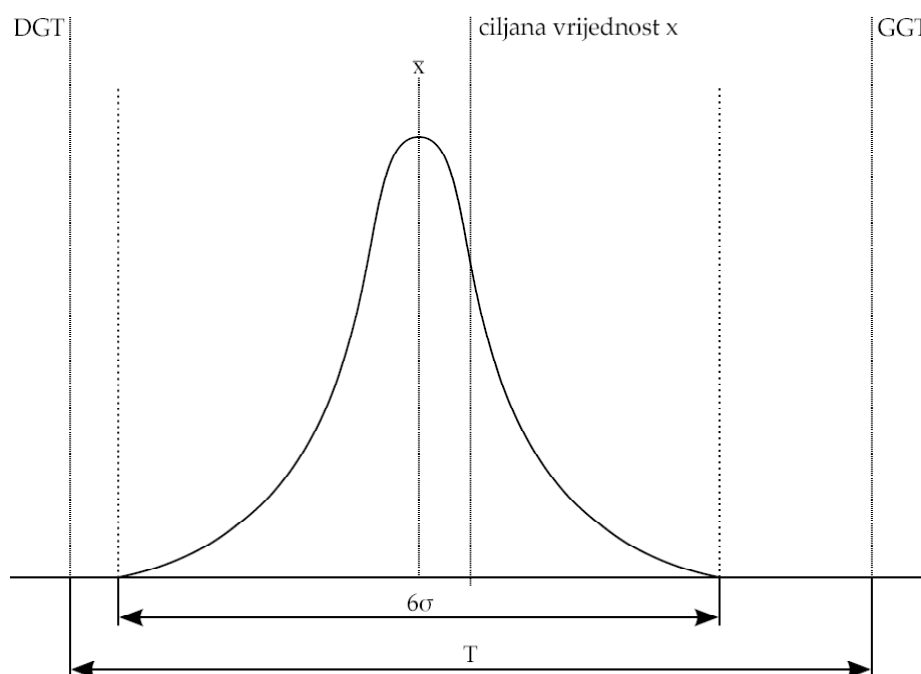
I samo ime  $6\sigma$  metodologije dolazi od osnovne statističke veličine, standardne devijacije ( $\sigma$ ) koja je zapravo mjera rasipanja promatrane varijable. Termin  $6\sigma$  se odnosi na sposobnost procesa, u smislu da proces koji zadovoljava uvjete  $6\sigma$  ima između svoje srednje vrijednosti i gornje (ili donje) granice tolerancije pojas širine 6 standardnih devijacija. Da bi ova tvrdnja bila jasnija, potrebno je poznavati pojam sposobnosti procesa.

Sposobnost procesa se procjenjuje računanjem stupnja učinkovitosti procesa. Pri tome se misli na sposobnost u smislu da stvara izlaze koji odgovaraju zahtjevima. Procjena, odnosno računanje stupnja učinkovitosti, se temelji na tri važne pretpostavke:

- raspodjela podataka se može aproksimirati normalnom raspodjelom;
- analizirani proces je stabilan i bez značajnih uzroka varijacija (pod kontrolom);
- pouzdana procjena sposobnosti procesa može se donijeti samo temeljem praćenja procesa primjenom odgovarajuće kontrolne karte i kada je proces pod kontrolom.

Dijagram 8 prikazuje karakteristične veličine i njihove međusobne ovisnosti. Kao mjera sposobnosti procesa najčešće se koristi indeks potencijalne sposobnosti procesa  $C_p$  koji se definira kao omjer širine tolerancijskog polja i širine rasipanja procesa:

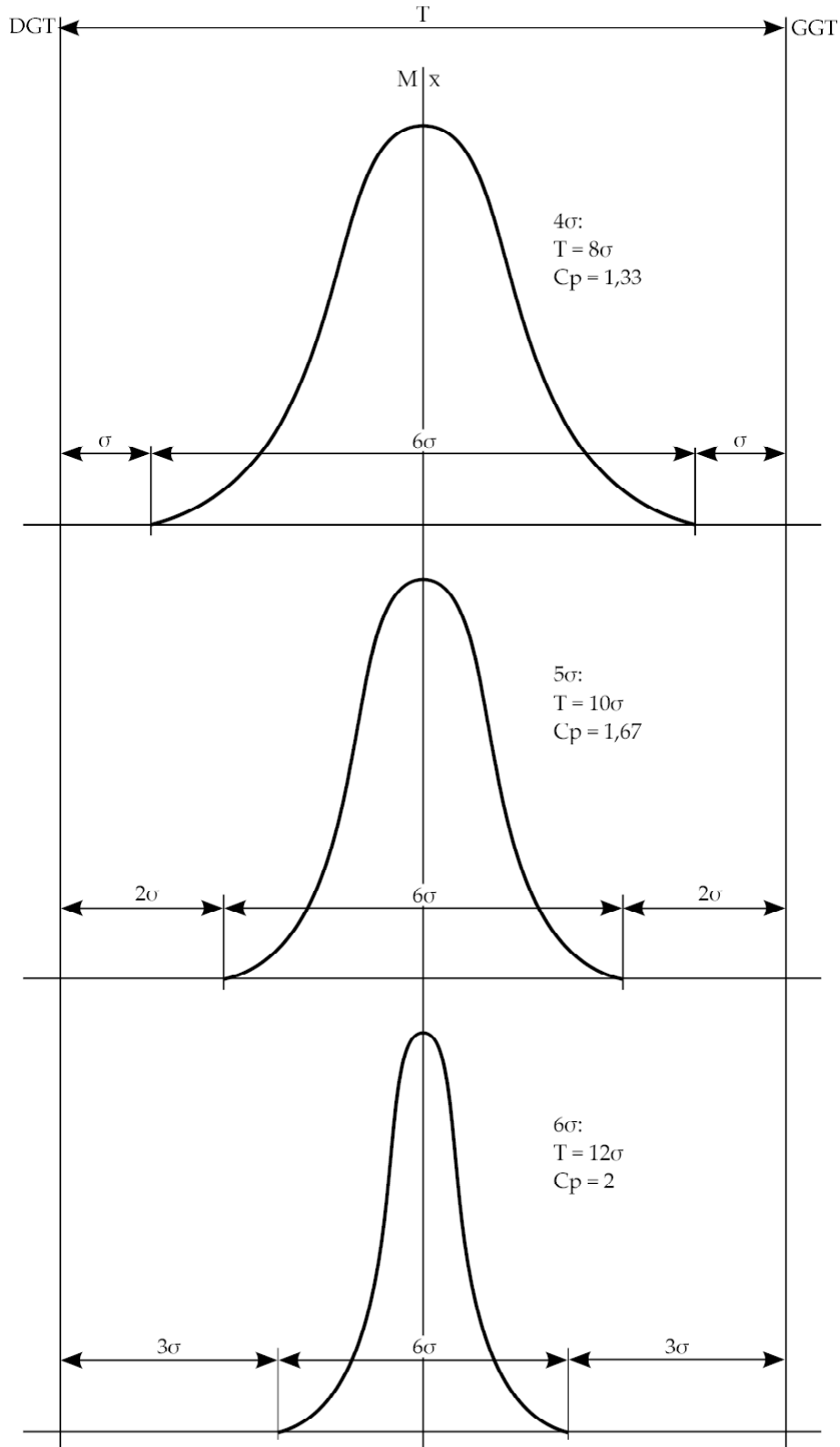
$$C_p = \frac{GGT - DGT}{6\hat{\sigma}} = \frac{T}{6\hat{\sigma}}$$



Dijagram 8 - Sposobnost procesa, karakteristične veličine

U praksi se  $\sigma$  (unutrašnje standardno odstupanje, dobiveno iz uzorka) procjenjuje analizom odgovarajuće kontrolne karte i u slučaju  $\bar{x} - R$  kontrolne karte koristi se

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}, \text{ odnosno u slučaju } \bar{x} - s \text{ kontrolne karte } \hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_2}.$$



Dijagram 9 - Karakteristične vrijednosti  $C_p$  za centrirani proces

Ovo nas dovodi do jedne nove vrste klasifikacije (točnije, novog načina izražavanja) sposobnosti procesa tzv.  **$\sigma$ -razine**. Naime, umjesto da sposobnost procesa izražavamo omjerom širina tolerancijskog polja i širine razdiobe možemo sposobnost procesa izraziti i preko udaljenosti ruba razdiobe izražene višekratnikom standardne devijacije. Ovdje je važno naglasiti da se  $\sigma$ -razina računa pomoću indeksa potencijalne sposobnosti i pretpostavlja se da je proces u tom slučaju centriran i pod kontrolom. Također je potrebno obratiti pažnju na to da je udaljenost definirana s obzirom na granicu tolerancije najbližu sredini razdiobe, što znači da u slučaju "otklizavanja" distribucije procesa iz centra tolerancijskog polja računamo sa manje povoljnom rezervom.

Jednostavnom usporedbom dolazimo do zaključka kako minimalna sposobnost procesa ( $C_p = 1$ ) odgovara razini  $3\sigma$ , današnji industrijski standard ( $C_p = 1,33$ ) daje razinu  $4\sigma$ , slijedeća viša razina bi bila  $5\sigma$  ( $C_p = 1,67$ ) i konačno razina  $6\sigma$  odgovara indeksu sposobnosti  $C_p = 2$ . Dijagram 9 prikazuje neke od karakterističnih slučajeva indeksa sposobnosti procesa (uz pretpostavku da su svi procesi centrirani). Uz svaki proces je navedena tzv.  $\sigma$ -razina, širina tolerancijskog polja i pripadajući iznos  $C_p$ .

U literaturi se susreće i jedna modifikacija indeksa potencijalne sposobnosti. Naime, nekad je pri usporedbi procesa poželjno da indeks sposobnog procesa poprimi vrijednost manju od 1. U takvim slučajevima se koristi indeks  $C_r$  koji se naziva omjerom sposobnosti:

$$C_r = \frac{6\hat{\sigma}}{GGT - DGT} = \frac{6\hat{\sigma}}{T} .$$

Ako se iznos ovog indeksa prikaže u postocima ( $C_r \times 100$ ) dobiva se postotak tolerancijskog područja koji je iskorišten rasponom procesa, što je također jedan od slikovitih prikaza sposobnosti procesa. U slučaju sposobnog procesa vrijedi  $C_r < 1$ .

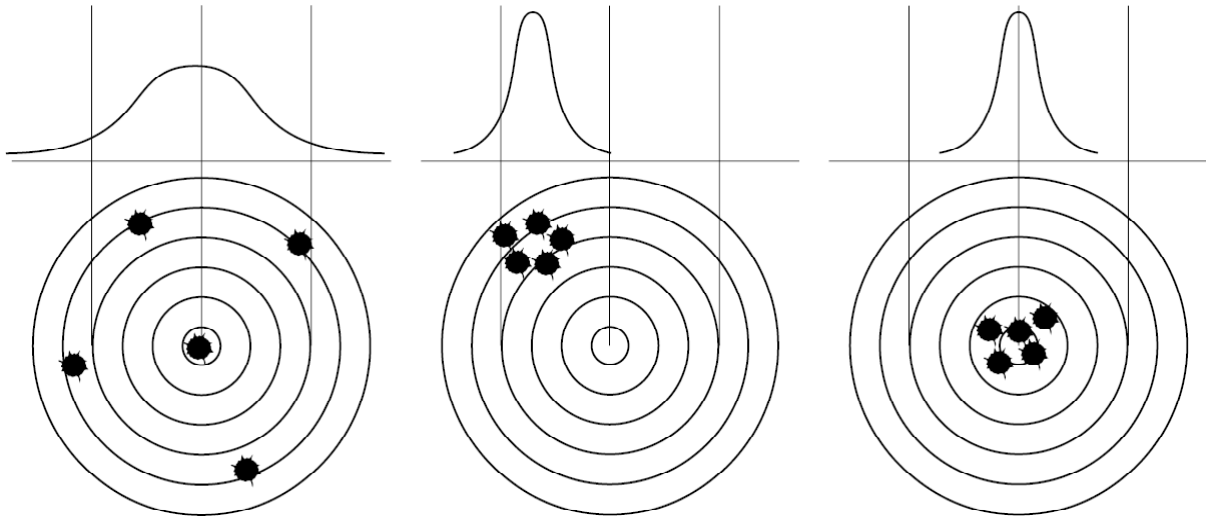
#### **4.1 Demonstrirana izvrsnost $C_{pk}$**

Indeks sposobnosti procesa je dobar pokazatelj sposobnosti procesa i pogodan je za razne procjene i usporedbe, ali ne daje definitivnu potvrdu sposobnosti jer u njega nije uračunato moguće odstupanje cjelokupne distribucije od centra polja tolerancija.

Ovaj poremećaj je lako razumljiv ako poznamo razliku između pojmova preciznost i točnost. Iako su ti pojmovi na prvi pogled sinonimi, ipak u tehničkom pogledu postoji značajna razlika. Klasičan primjer za to je gađanje strelicama u metu koje prikazuje Dijagram 10. Tri streličara predstavljaju tri različita procesa gađanja, od kojih lijevi nije ni precizan ni točan, srednji je precizan ali nije točan, dok je desni i točan i precizan. Iznad pozicija pogodaka nalaze se i orijentacijske normalne krivulje koje pokazuju distribuciju podataka.

Prvi streličar nije niti precizan niti točan. Ako usporedimo konzistentnost pogodaka srednjeg i desnog streličara vidjet ćemo da imaju podjednako malo rasipanje, što znači da su oba dvojica precizni. Ali hici srednjega su pomaknuti prema gore i

ulijevo od središta mete (on je precizan, ali ima problema s točnošću), dok je desni i točan i precizan. Možemo zaključiti da je srednji streličar sposoban ali ima određeni problem sa nišanom. Dakle, ako pokuša ciljati dolje-desno on može imati rezultat približno jednak desnom streličaru. Još bolje rješenje bi bilo podešavanje nišana.



Dijagram 10 - Preciznost i točnost

Slijedeći ovu analogiju sada postaje jasno kako neki proces može biti teoretski sposoban, a istodobno davati rezultate koji nisu unutar granica tolerancije. Ako bismo u ovom kontekstu usporedili sposobnost streličara pomoću indeksa potencijalne sposobnosti dobili bismo rezultate koji su već na prvi pogled problematični.

$$C_{p1} = \frac{T}{6\sigma_1} = \frac{14}{6 \cdot 5} = 0,466 \quad C_{p2} = \frac{T}{6\sigma_2} = \frac{14}{6 \cdot 0,6} = 3,888 \quad C_{p3} = \frac{T}{6\sigma_3} = \frac{14}{6 \cdot 0,6} = 3,888$$

Kako je moguće da srednji i desni streličar imaju istu sposobnost ako desni streličar pogađa središte mete, a srednji uz isto rasipanje promašuje središte i čak izlazi izvan granice tolerancije? Moguće je jer smo njihovu sposobnost računali preko indeksa potencijalne sposobnosti  $C_p$  koji uzima u obzir samo omjer širina rasipanja i tolerancijskog polje, ignorirajući necentriranost (pomak distribucije od ciljane vrijednosti). Ova dva streličara zaista imaju isti potencijal, kako smo objasnili on bi podešavanjem nišana stvarno mogao gađati podjednako kao i desni.

Ovakva je pojava česta u praksi jer se zbog nekog vanjskog poremećaja izlazna vrijednost procesa mijenja a da odnosi među veličinama ostaju manje ili više nepromijenjeni. Tako dolazi do "klizanja" cjelokupne distribucije, i ta je pojava u engleskoj literaturi poznata kao drift. To bi značilo da je proces sposoban, ali zbog pomaka daje više škartu nego što bismo očekivali (obično se radi o lošoj podešenosti stroja, ili istrošenosti dijelova stroja).

Očito je da samo na osnovu indeksa potencijalne sposobnosti  $C_p$ , bez saznanja o eventualnoj necentriranosti procesa ne možemo donijeti pouzdani zaključak o sposobnosti procesa. Dakle, pojavljuje se potreba da u indeksu sposobnosti nekako izrazimo i eventualni pomak distribucije. Drugim riječima, potrebno je osim potencijalne sposobnosti procesa izraziti i stvarnu sposobnost. Za kvalitetu je kritičan onaj pomak koji sužava prostor između distribucije podataka i granice tolerancije, pa se indeks sposobnosti koji uzima u obzir necentriranost računa kao omjer razlike širine pojasa između srednje vrijednosti distribucije i bliže granice tolerancije, te pojasa od  $3\sigma$  (uzima se  $3\sigma$  zato što računamo samo sa manje povoljnom stranom distribucije). Ovaj indeks se naziva demonstrirana izvrsnost<sup>7</sup> i računa se iz manje

$$\text{vrijednosti } C_{pk} = \min\left(\frac{GGT - \bar{x}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\bar{x} - DGT}{3\hat{\sigma}}\right).$$

Ovakav način računanja je jasan i slikovit ali ponekad je neprikladan za korištenje, primjerice kada koristimo softversko računanje indeksa demonstrirane izvrsnosti može biti problematično implementirati logičku funkciju usporedbe rezultata dvaju jednadžbi. Da bi se izbjegle takve poteškoće, istu veličinu je moguće izračunati i na drugi način. Smisao računanja demonstrirane izvrsnosti je u tome da računamo sa pomakom distribucije iz centra tolerancijskog polja. Dakle, isto onako kako možemo koristiti razmak između srednje vrijednosti i bliže granice tolerancije, možemo iskoristiti i razliku između iznosa srednje vrijednosti distribucije i ciljane vrijednosti procesa. Na ovaj način je moguće izbjeći traženje bliže granice i jednostavno računati sa faktorom korekcije necentriranosti koji je definiran:

$$k = \left| \frac{\frac{GGT + DGT}{2} - \bar{x}}{\frac{GGT - DGT}{2}} \right| = \left| \frac{\text{ciljana vrijednost procesa} - \text{sredina procesa}}{\text{polovina širine tolerancijskog polja}} \right|.$$

Sada kada je definiran faktor korekcije necentriranosti, možemo lako izračunati demonstriranu izvrsnost preko indeksa sposobnosti:

$$C_{pk} = C_p(1 - k).$$

Iz ovakvog izvoda i načina računanja faktora korekcije možemo zaključiti da se  $C_{pk}$  i  $C_p$  razlikuju samo u slučaju kada proces nije centriran, dok se za slučaj centriranog procesa  $C_p$  množi sa jedinicom jer sa centriranošću procesa faktor korekcije teži u 0.

Navest ćemo i neke karakteristične vrijednosti za demonstriranu izvrsnost:

- $C_{pk} < 0$  ukazuje da je srednja vrijednost procesa izvan granica tolerancije;
- $0 < C_{pk} < 1$  znači da proces ( $6\sigma$ ) izlazi izvan granica tolerancije;

---

<sup>7</sup> U engleskoj literaturi Demonstrated excellence

- $C_{pk} = 1$  znači da jedan kraj procesa pada točno na granicu tolerancije;
- $C_{pk} > 1$  znači da je proces potpuno unutar granica tolerancije.

Što je veća vrijednost  $C_{pk}$  (odnosno  $C_p$ ) to je proces sposobniji i imat će manju količinu proizvoda izvan dozvoljenih granica. Obrnuto vrijedi za omjer sposobnosti, čije manje vrijednosti znače višu sposobnost.

#### 4.1.1 Ostali kriteriji sposobnosti procesa

Ako želimo povećavati sposobnost procesa uz fiksne granice tolerancije, to zahtijeva promjenu srednje vrijednosti procesa, standardnog odstupanja ili obje vrijednosti. Klasični pristup bi bio pokušaj smanjivanja standardnog odstupanja, ali kod nekih procesa je lakše podesiti srednju vrijednost prilagođavanjem nekog od parametara procesa. Također, treba imati na umu da je cijelo ovo razmatranje sposobnosti procesa zasnovano na pretpostavci da se procesi ponašaju prema zakonitostima normalne razdiobe, što ne mora biti slučaj kod svih procesa.

Cjelokupna navedena analiza se odnosi na sposobnost procesa u kratkom vremenskom razdoblju zato što je dugoročna sposobnost procesa ovisna o raznim vanjskim utjecajima. Osim ove, u odnosu na vrijeme odvijanja procesa razlikujemo još i preliminarnu sposobnost procesa, te sposobnost u dužem vremenskom razdoblju.

Preliminarna sposobnost se koristi za analizu na početku odvijanja procesa, ili nakon kratkog vremena praćenja procesa (uz preporuku da se razmatra uzorak od najmanje 100 jedinica odnosno ciklusa). Indeksi se računaju isto kao i za kratko vremensko razdoblje (vrijede isti izrazi), ali se odstupanje ne računa iz kontrolnih karata nego se računa iz svih podataka prikupljenih od početka odvijanja procesa.

Za dugoročno razdoblje se indeksi također računaju na sličan način kao i indeksi sposobnosti, samo se kao mjera varijacije uzima dugoročna standardna devijacija. Ovi indeksi se u literaturi označavaju slovom  $P$  umjesto  $C$ <sup>8</sup>, npr.  $P_p$ ,  $P_{pk}$ . Indeksi učinkovitosti su u praksi uvijek manji od indeksa sposobnosti jer je dugoročna varijacija uvijek veća od kratkoročne, što je posljedica utjecaja vanjskih poremećaja.

Sada kad je razjašnjen indeks sposobnosti procesa, možemo razumjeti i definiciju temeljnog zahtjeva  $6\sigma$  metodologije u odnosu na proces:

**Udaljenost između središnje vrijednosti procesa i najbliže granice tolerancije iznosi šest standardnih devijacija.**

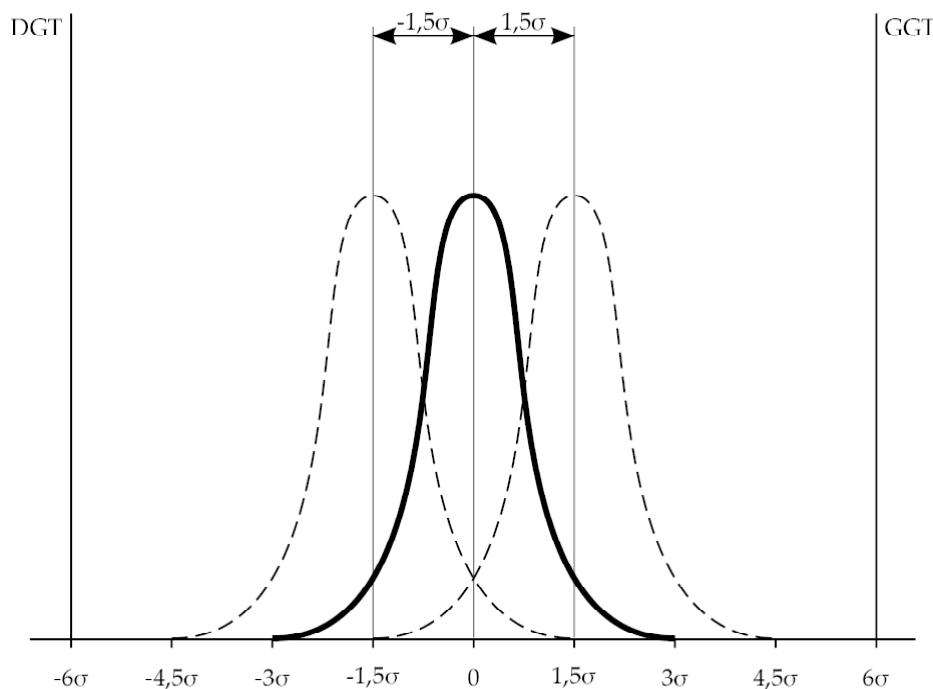
---

<sup>8</sup> Performance umjesto Capability – učinak umjesto sposobnost, što je samo po sebi razumljivo jer nakon dovoljno dugog roka praćenja procesa možemo govoriti o učinku kao pojmu koji je širi od same sposobnosti. Sposobnost procesa sama po sebi nije garancija da će taj proces na duži rok biti učinkovit, iako jest uvjet za to.

## 5 Dozvoljeni pojas klizanja od $\pm 1,5\sigma$

Već je objašnjeno kako je nerealno očekivati da se varijanca postignuta tijekom kratkog vremenskog razdoblja održi u procijenjenim okvirima. Do utjecaja vanjskih poremećaja će neizbježno doći i treba biti svjestan činjenice da je pad performansi neizbježan u duljem vremenskom razdoblju. U realnosti ne postoje istinski zatvoreni sustavi na koje vanjski utjecaji neće djelovati.  $6\sigma$  metodologija zato uvodi rezervu u obliku pojasa unutar kojeg će se proces kretati čak i pod utjecajem vanjskih poremećaja. Ova rezerva služi da bi se izbjegla pogreška izazvana utjecajem dugoročne varijacije pri analizi procesa<sup>V</sup>.

Iskustvo je pokazalo da se dobro projektirani i kontrolirani procesi mogu zadržati unutar pomaka od  $\pm 1,5\sigma$ . Taj iznos je utvrđen još u počecima razvoja  $6\sigma$  metodologije u Motoroli i uglavnom se do danas održao kao granica unutar koje možemo tolerirati poremećaje u procesu<sup>VI</sup>. To nas dovodi do minimalne razine kvalitete od  $4,5\sigma$  kroz dulji period odvijanja procesa. Zato se u kalkulacijama očekivane vrijednosti škarta razlikuju od onih koje bismo dobili jednostavnim računanjem očekivanog škarta iz normalne razdiobe. Česti izvor takvih zabuna je razina nesukladnosti od 3,4 ‰ za  $6\sigma$  razinu koja se navodi u literaturi, a ako je idemo računati dobivamo vrijednost od 0,002 ‰ (za centrirani proces).



Dijagram 11 - Klizanje procesa za  $1,5\sigma$

Dijagram 11 prikazuje pojas klizanja od  $\pm 1,5\sigma$  unutar kojega je potrebno dugoročno održati proces da bi ostao pod kontrolom. Naravno, proces se stalno prati pomoću kontrolnih karata.

Odabir širine pojasa od baš  $1,5\sigma$  je izvor kontroverzi među teoretičarima<sup>VII</sup>. Često se o toj vrijednosti vode rasprave o tome kako je odabrana arbitrarno i bez neke

znanstvene baze, te kao takva nije optimalna za sve vrste procesa. Zapravo su u literaturi objašnjenja ovog iznosa vrlo štura, a ne navode se ni eventualni empirički podaci koji bi opravdali iznos od baš  $1,5\sigma$ .

Obično se dopušta takvo klizanje procesa da bi se kompenziralo pojave poput trošenja rezne oštrice ili starenja komponenti. Ali, postoje i procesi kod kojih takvih pojava nema, iako su rijetki u praksi. Primjerice, kod laserskog rezanja nema trošenja rezne oštrice koje bi uzrokovalo pomak izlazne vrijednosti. U takvim slučajevima je matematički dubiozno tolerirati odstupanje za koje znamo da se neće dogoditi.

Naravno da će dugoročno gledano neizbježno doći do nekakvog poremećaja koji će pomaknuti izlaznu veličinu procesa, ali postavlja se pitanje ne bi li trebalo za ovakve slučajeve ipak suziti pojas od  $1,5\sigma$  kada već znamo da su manje podložni poremećajima od drugih. Dopuštanjem klizanja za  $1,5\sigma$  u ovakvim slučajevima očito odbacujemo potencijalno važne informacije sadržane u tih  $1,5\sigma$  koje smo neopravdano tolerirali. Ako matematički neopravdano unaprijed računamo sa klizanjem procesa, tada više nemamo pouzdanu informaciju kada je proces izašao izvan kontrole.

Ipak, kako većina procesa ipak ima svojstvene pomake uslijed trošenja ili starenja komponenti, smjernica o zadržavanju klizanja procesa unutar  $1,5\sigma$  uglavnom dobro funkcionira u praksi te je prihvaćena kao vrijednost na koju se valja koncentrirati i pokušati dugoročno održati proces baš u tim granicama. Osim toga, naglasak  $6\sigma$  metodologije nije toliko na broju od 3,4 ‰ nesukladnosti (3,4 PPM) koliko na težnji sustavnom eliminacije varijacije i smanjivanju broja nesukladnosti.

Ovako korigirane vrijednosti očekivanja nesukladnosti uz dopušteno "klizanje" procesa za  $1,5\sigma$  u usporedbi sa teorijskim (idealno centrirani proces) bi iznosile:

$\sigma$ – razina	sposobnost procesa $C_p$	centrirani proces		uz pomak od $1,5\sigma$	
		unutar granica	izvan granica	unutar granica	izvan granica
$1\sigma$	0,33	68,27 %	317 300 ‰	30,23 %	697 700 ‰
$2\sigma$	0,67	95,45 %	45 500 ‰	69,13 %	308 700 ‰
$3\sigma$	1	99,73 %	2 700 ‰	93,32 %	66 810 ‰
$4\sigma$	1,33	99,9937 %	63 ‰	99,3790 %	6 210 ‰
$5\sigma$	1,67	99,999943 %	0,57 ‰	99,97670 %	233 ‰
$6\sigma$	2	99,9999998 %	0,002 ‰	99,999660 %	3,4 ‰

Tablica 1 - Karakteristične veličine nekih  $\sigma$  – razina

## 6 Poboljšavanje procesa

Glavni razlog uvođenja 6 $\sigma$  metodologije je poboljšanje procesa proizvodnje (odnosno procesa davanja usluga). Bitna stvar koja čini veliku razliku u odnosu na druge metodologije je koncentriranost na mjerljivost i točnu kvantifikaciju ključnih veličina u svim procesima. Cijeli proizvodni postupak se razdvaja na seriju procesa, i zatim se svaki pojedini proces analizira i poboljšava koliko je to maksimalno moguće. Ali i kod same analize procesa bitno je promijenjena strategija pristupa problemu.

Kod konvencionalnog pristupa glavni je fokus postavljen na specifikacije, u smislu da je definirana ciljana vrijednost procesa uz zadane granice tolerancije. Ako je rezultat procesa bio unutar granica tolerancije sve je bilo u redu. Ali problem je postojao kod onih proizvoda koji su izlazili izvan tih granica, njih je trebalo doraditi ili odbaciti kao škart. Pri tome su se troškovi vezani uz doradu ili škart smatrali neizbježnima. Te troškove nazivamo troškovima loše kvalitete, a u literaturi se za takvu vrstu troškova koristi kratica *COPQ*. Problem konvencionalnog pristupa je bio u tome što su se neki troškovi smatrali neizbježnima i nisu se analizirali, a analizom tih troškova je vidljivo da oni kao svoju posljedicu imaju još veći broj skrivenih troškova. U literaturi je česta analogija *COPQ*-a sa santom leda čije su stvarne proporcije na prvi pogled nevidljive. Procjenjuje se da u tipičnoj proizvodnoj organizaciji *COPQ* iznose 20 – 35 % prodaje.

Vidljivi troškovi (tradicionalni troškovi loše kvalitete) su:

- održavanja i popravci,
- popravak dijelova koji su izvan granica tolerancije,
- škart,
- dodatni radni sati,
- aktivirane garancije.

Skriveni troškovi su:

- troškovi za kupca zbog kvarova,
- gubitak tržišta i vjernosti kupaca,
- duži ciklus proizvodnje,
- kašnjenja u isporuci,
- sporiji obrat kapitala,
- troškovi transporta kod aktiviranih garancija,
- skuplje održavanje servisne mreže,
- potreba za većim skladištem,
- oportunitetni troškovi za slučaj proizvodnje iznad kapaciteta pogona,

- veći broj podešavanja stroja,
- ponovna kontrola nakon dorade,
- kontrola procesa.

Ovdje je možda dobro povući paralelu sa "Lean" metodologijom. Jedna od osnovnih zablude do kojih je došlo u Americi kada su pokušali imitirati japanski način proizvodnje da bi podigli razinu kvalitete: dugo vremena je prevladavalo mišljenje da se pojam Lean odnosi samo na proizvodne procese u masovnoj proizvodnji. Problem je bio u tome što je time zanemarena osnovna ideja Lean-a da se svaki proces sastoji od "korisnih" i "nekorisnih" aktivnosti, te da se treba orijentirati na eliminaciju "nekorisnih" aktivnosti i omogućiti nesmetano obavljanje onih "korisnih". Ovdje je lako uočiti analogan problem kod pojave "nekorisnih" troškova koji su se dugo ignorirali.

### **6.1.1 Način poboljšavanja procesa kod 6 $\sigma$ metodologije**

Novi pristup se temelji na tzv. strategiji rješavanja problema, i u potpunosti se razlikuje od konvencionalnog pristupa. Umjesto da se unaprijed postave specifikacije i zadaju granice tolerancije (te da se unaprijed pomirimo sa posljedicama svega toga), cijeli proces se detaljno analizira uz proučavanje lanca uzroka i posljedica u procesu. Ovakva analiza se sastoji od nekoliko koraka:

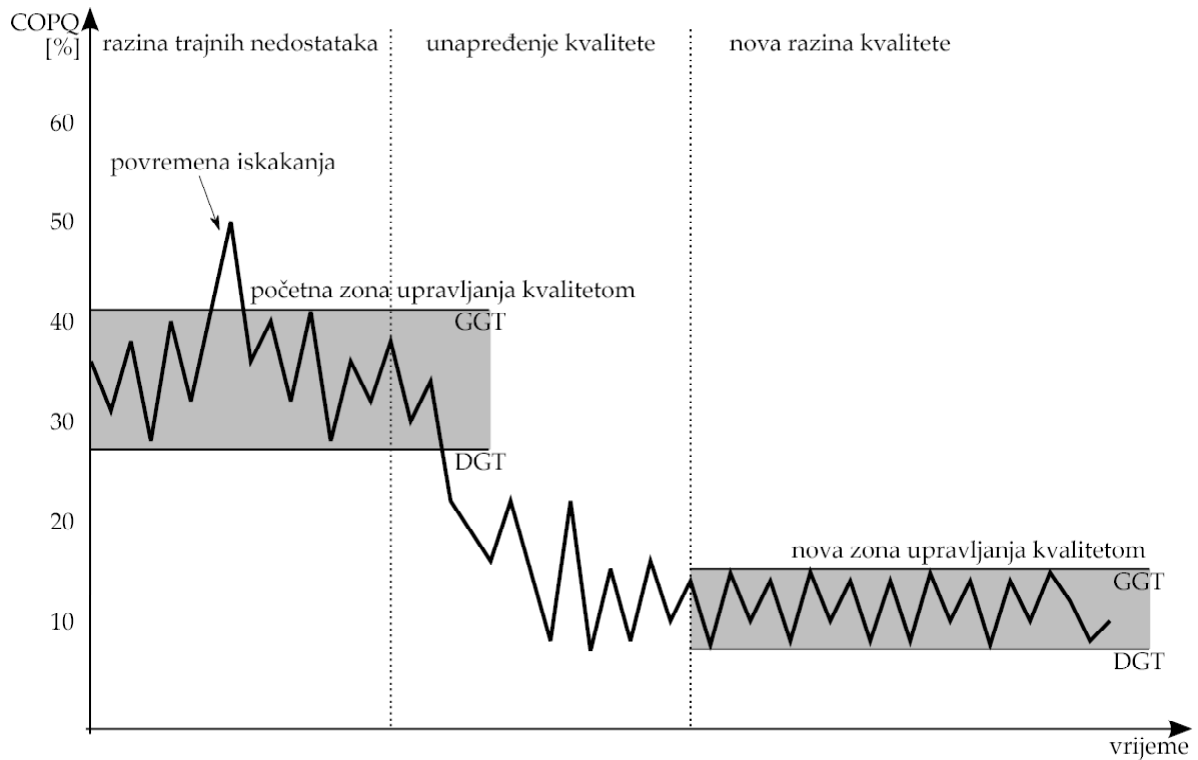
- razumijevanje veza između nezavisnih i zavisnih veličina u procesu,
- identificiranje nekoliko ključnih nezavisnih veličina koje utječu na zavisne,
- optimiranje nezavisnih veličina na način da se omogući kontrola zavisnih veličina (a time neizravno i kontrola procesa) i
- kontrola ključnih nezavisnih veličina.

Umjesto da se ograničimo na opisivanje međuodnosa veličina u procesu, utvrđuju se matematičke funkcije koje opisuju odnose između zavisnih i nezavisnih veličina u procesu. Skup ovih funkcija se unosi u tzv. ulazno-izlaznu matricu ili X-Y matricu.

Uz definirane prijenosne funkcije možemo lako doći do zaključka kako će promjena neke od nezavisnih veličina utjecati na izlaz procesa. Na taj način možemo i identificirati koje nezavisne veličine imaju najveći utjecaj na izlaz i tako ćemo od svih nezavisnih varijabli odabrati nekoliko ključnih varijabli kojima ćemo kontrolirati proces (Paretova analiza). Pri tome je poseban naglasak stavljen na smanjivanje rasipanja.

Odabrane ključne veličine se optimiraju tako da dobijemo željenu vrijednost na izlazu procesa. Nakon optimiranja potrebno je kontrolirati ključne varijable, i time ćemo proces podići na višu razinu kvalitete.

Na ovaj način smo napravili cijeli DMAIC ciklus (koji je u biti razrada Shewhartovog ciklusa PDCA<sup>9</sup> kruga, kojeg je zagovarao Deming). Ako svaki proces u proizvodnom lancu unaprijedimo kroz DMAIC ciklus i za svaki proces postignemo određeni napredak, jasno je da će se ukupna razina kvalitete osjetno povećati. Ovakvo unapređenje kvalitete u je literaturi poznato kao Juranova trilogija. Dijagram 12 pokazuje direktan učinak poboljšanja kvalitete na smanjivanje troškova loše kvalitete. U skladu sa Taguchijevom krivuljom, smanjenjem rasipanja smanjen je i udio troškova loše kvalitete.



Dijagram 12 - Smanjenje troškova loše kvalitete unapređenjem kvalitete procesa

<sup>9</sup> PDCA – eng. Plan, Do, Check, Act – planiraj, učini, provjeri, djeluj

## 7 Mjere u 6 $\sigma$ metodologiji

Nakon faze definiranja u kojoj se definiraju veličine bitne za odvijanje procesa i procjenjuju troškovi loše kvalitete dolazimo do faze mjerenja u kojoj ispitujemo stabilnost i sposobnost procesa. Da bismo ispitali stabilnost i sposobnost procesa, u ovoj fazi je potrebno identificirati sve varijable i posložiti ih prema prioritetu u odnosu na njihov utjecaj na izlaz procesa. Za ovo je potrebno poznavati zakonitosti procesa i sve njegove varijable, ali ne samo na taksativnoj razini (u smislu da znamo nabrojiti sve veličine i pojave u procesu), nego ih moramo izraziti metrički. Sve ove varijable mogu se drastično razlikovati kod različitih procesa, ali neke zajedničke veličine se pojavljuju kod svih procesa.

Bez obzira promatramo li vrijeme potrebno za transport, promjer tokarenog vratila ili bilo koju drugu izlaznu veličinu nekog procesa imat ćemo određenu distribuciju dobivenih podataka sa određenom srednjom vrijednosti, varijacijom i ostalim statističkim značajkama tih podataka.

Mjere kojima ćemo se baviti u 6 $\sigma$  metodologiji se zasnivaju baš na takvom statističkom promatranju veličina u procesu i služe nam kako bismo mogli odrediti varijaciju procesa. Tada će se u slijedećim fazama (analiza i poboljšanje) tu varijaciju pokušati smanjiti kako bi udovoljila zahtjevima 6 $\sigma$ . Da bismo bili sposobni smanjiti varijaciju neophodno je raspolagati informacijama na osnovu kojih ćemo moći donijeti ispravne zaključke.

Metrika koja se koristi u 6 $\sigma$  metodologiji se bazira baš na praćenju procesa, odnosno varijacije koja se pojavljuje u procesu. Od sudionika procesa se traži da prate kontinuirane podatke, a ne diskretne kako se prije radilo. Ovo je važno jer se prateći kontinuitet procesa dobiva puno više informacija koje će omogućiti zaključke konkretnije od pukog da/ne ili dobro/loše. Takve konkretne informacije su neophodne da bi se donijele odluke koje će dovesti do povećanja profita, produktivnosti ili zadovoljstva korisnika.

Još jedna važna stvar vezana uz 6 $\sigma$  metriku je da ona definira koji podaci su potrebni, a koje nije potrebno prikupljati jer oni nisu kritični za ponašanje procesa. prikupljanje nepotrebnih podataka troši resurse i uzrokuje smanjivanje pažnje koja je potrebna da bi se pratili važni podaci. Važne informacije su definirane kao one koje su kritične za kvalitetu, odnosno one koje utječu na izlaz procesa.

Osnovna mjera u 6 $\sigma$  metodologiji je varijanca, odnosno standardna devijacija. Varijanca je osnovna informacija na osnovu koje, direktno ili indirektno, dobivamo sve ostale parametre metrike u 6 $\sigma$  metodologiji. Jasno je i zašto, varijanca je glavni izvor svih poteškoća u postizanju visokog stupnja kvalitete. Kako je varijanca već analizirana, a i poznata iz osnova statistike, nema smisla ovdje ponovo razrađivati njezina svojstva.

## 7.1 PPM – očekivani broj defektnih jedinica proizvoda u milijun proizvedenih

Indeksi sposobnosti procesa su izraženi kao bezdimenzionalni brojevi, i to je njihova velika prednost jer se time povećava njihova univerzalnost i omogućuje njihovo uspoređivanje čak i kod sasvim različitih procesa. Ali, kako oni nisu izraženi u uobičajenim jedinicama kao što su metri, kilogrami itd. Nekim ljudima su teško razumljivi i apstraktni. Za njihovo potpuno razumijevanje je potrebno poznavati barem osnove statistike, a nerealno je očekivati da će svi koji sudjeluju u procesu imati takvo znanje. S druge strane, potrebno je da svaki sudionik u procesu proizvodnje razumije važnost unapređenja kvalitete, a time postaje neophodno i da spozna trenutnu razinu kvalitete kako bi mogao u budućnosti pojmiti ostvareni napredak.

Primjerice, uzmimo da je u početnoj fazi uvođenja  $6\sigma$  (mjerenje) utvrđeno da je  $C_{pk} = 0,78$ , a na kraju projekta nakon poboljšanja utvrdimo da je  $C_{pk} = 1,26$ . Radnik na stroju koji ne razumije pojam indeksa demonstrirane izvrsnosti zna samo to da je neki broj sa 0,78 porastao na čak 1,26, ali ne razumije što to zapravo znači. Ipak, moguće je vrlo lako objasniti mu o kakvom poboljšanju se tu radi. Možemo mu umjesto indeksa  $C_{pk}$  poboljšanje izraziti u njemu dobro razumljivim jedinicama: komad proizvoda. Jednostavno izračunamo početno i krajnje očekivanje defekta, svedeno na određeni broj komada. Prikladan broj ovisi o iznosu rasipanja, ali kada govorimo o  $6\sigma$  programu onda se nameće milijun komada kao optimalna mjera.

U našem primjeru možemo jednostavnom transformacijom izračunati početno i krajnje očekivanje defekata, odnosno koliko komada proizvoda će biti defektno od svakog milijuna proizvedenih. To očekivanje se označava kao  $PPM^{10}$ . Uz pretpostavku da se podaci ponašaju u skladu s normalnom razdiobom možemo koristiti poznatu transformaciju normalne razdiobe u jediničnu, i tada iz tablice za normalnu razdiobu dobiti vrijednosti potrebne za računanje. Pošto se radi o indeksu  $C_{pk}$  podrazumijeva se centriranost procesa:

koristeći transformaciju  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$  i znajući da je  $C_{pk} = \min\left(\frac{GGT - \bar{x}}{3\sigma}, \frac{\bar{x} - DGT}{3\sigma}\right)$

dobivamo:  $C_{GGT} = \frac{1}{3}Z_{GGT} = \frac{GGT - \bar{x}}{3\sigma}$ , te  $C_{DGT} = \frac{1}{3}Z_{DGT} = \frac{\bar{x} - DGT}{3\sigma}$ . Tada proizlazi da je

$C_{pk} = \frac{Z_{\min}}{3}$ , odnosno da je  $Z_{\min} = 3C_{pk}$ . Sada nam samo preostaje da iz tablica za

normalnu razdiobu očitamo pripadajuće vrijednosti za  $Z_{GGT}$  i  $Z_{DGT}$  i pomnožimo ih sa  $10^6$  (zato što računamo očekivanje svedeno na milijun proizvedenih komada):

$PPM_{DGT} = 10^6 \times (Z_{DGT} \text{ iz tablice})$ ,  $PPM_{GGT} = 10^6 \times (Z_{GGT} \text{ iz tablice})$ .  $PPM_{DGT}$  predstavlja

---

<sup>10</sup> PPM – Parts Per Million – komada po milijunu

očekivani broj jedinica koje će biti ispod donje granice, a  $PPM_{GGT}$  je očekivani broj jedinica iznad gornje granice tolerancije. Kada zbrojimo očekivani broj nesukladnih komada sa obje strane razdiobe dobit ćemo očekivanje broja nesukladnih jedinica proizvoda na milijun proizvedenih jedinica:  $PPM = PPM_{DGT} + PPM_{GGT}$ .

Znači da u slučaju procesa koji je pod kontrolom postoji stalna povezanost između  $C_{pk}$ ,  $Z_{min}$  i  $PPM$ . Tu povezanost za neke vrijednosti daje Tablica 2. Iz te tablice je lako očitati očekivani  $PPM$  za slučaj naveden u primjeru.

$C_{pk}$	$Z_{min}$	$PPM$
0,50	1,50	133 600
0,52	1,56	118 760
0,55	1,64	100 000
0,78	2,33	20 000
0,83	2,50	12 400
1,00	3,00	2 700
1,10	3,29	1 000
1,20	3,60	318
1,24	3,72	200
1,27	3,80	145
1,30	3,89	100
1,33	4,00	63
1,40	4,20	27
1,47	4,42	10
1,50	4,40	7,00
1,58	4,75	2,00
1,63	4,89	1,00
1,67	5,00	0,600
1,73	5,20	0,200
2,00	6,00	0,002

Tablica 2 - Povezanost  $C_{pk}$ ,  $Z_{min}$  i  $PPM$

Inicijalni indeks  $C_{pk1} = 0,78$  donosi očekivanje od  $PPM_1 = 20\ 000$  kom. Nakon poboljšanja procesa imamo  $C_{pk} = 1,26$  što znači  $PPM = 164,333$  kom. Drugim riječima, ovo znači da smo na početku uvođenja  $6\sigma$  programa od milijun proizvedenih komada imali 20 000 komada nesukladnih proizvoda, a nakon poboljšanja smo broj nesukladnih sveli na samo nešto više od 164 komada.

## 7.2 DPU – broj nesukladnosti po jedinici proizvoda

Broj nesukladnosti po proizvodu  $DPU$ <sup>11</sup> pokazuje koliki je udio nesukladnosti, odnosno defekata u odnosu na broj gotovih proizvoda. Defekt se definira kao nesukladnost sa specifikacijama bilo koje značajke koja utječe na kvalitetu proizvoda. Sve značajke koje imaju utjecaj na kvalitetu (rasipanje) proizvodnog procesa se proglašavaju kritičnima za kvalitetu. U engleskoj literaturi se za njih često koristi kratica CTQ<sup>12</sup>. Za svaku CTQ značajku definiraju se kontrolne granice koje određuju sukladnost te značajke sa zahtjevima. Već je objašnjeno kako se te granice definiraju, za daljnju analizu je potrebno samo znati da prelazak granice tolerancije znači nesukladnost.

Ne postoji proizvod kojemu samo jedna značajka određuje kvalitetu. Čak i kada se radi o najjednostavnijim uporabnim predmetima poput čačkalice za zube definirano je nekoliko CTQ: promjer, duljina, oblik vrha, cilindričnost itd. Kao mogućnost za nesukladnost se računa svaki mogući ishod koji bi doveo do neispunjavanja zahtjeva, bez obzira da li se on često događa ili bi se samo teoretski mogao dogoditi a u pogonskim uvjetima se nikad nije dogodio. Ako postoji mogućnost da neka CTQ značajka ispadne izvan kontrolnih granica, onda se to računa kao mogućnost za nesukladnost.

Sada kada je definiran pojam nesukladnosti, lako je izračunati očekivani broj nesukladnosti po jedinici proizvoda. Označimo li sa  $N_N$  kontrolom ustanovljeni broj nesukladnosti a sa  $N$  ukupni broj proizvedenih jedinica, tada se  $DPU$  računa prema:

$$DPU = \frac{n_N}{n} = \frac{\text{ukupni broj nesukladnosti}}{\text{ukupni broj proizvoda}}.$$

Pri kontroli je važno evidentirati sve nedostatke koji uzrokuju nesukladnost, a ne odmah odbaciti jedinicu proizvoda kao nesukladnu kada na njoj uočimo jedan defekt. To je važno zbog toga što takav postupak unosi pogrešku u podatke na osnovu kojih kontroliramo proces.

Uzmimo kao primjer proizvodnju spiralnog svrdla. Za odabrani uzorak kontroliramo tvrdoću na vrhu svrdla, duljinu svrdla, simetričnost i promjer svrdla na tri karakteristična presjeka. Ako kod svrdla kojemu niti jedan presjek ne udovoljava zahtjevima odmah nakon kontrole prvog presjeka ustanovimo nesukladnost sa zahtjevima i odbacimo to svrdlo kao škart ne kontrolirajući ostale karakteristike, tada je jasno da ćemo u podatke unijeti pogrešku.

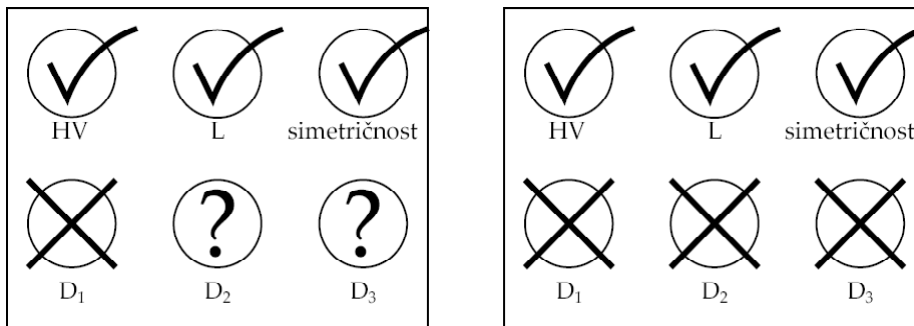
Dijagram 13 prikazuje ovakav slučaj, na lijevoj strani je opisana situacija a na desnoj je izvršena potpuna kontrola. Umjesto da za to svrdlo ustanovimo  $DPU = 3$  ovakvom

---

<sup>11</sup>  $DPU$  – Defects Per Unit produced – nesukladnosti po jedinici proizvoda

<sup>12</sup> CTQ – Critical To Quality – značajka koja ima utjecaj na kvalitetu

nepotpunom kontrolom bismo ustanovili  $DPU = 1$ . To bi nas navelo na potpuno krive zaključke u procjeni svojstava kontroliranog svrdla, a posljedično i svih proizvedenih svrdala.



Dijagram 13 - Važnost kontrole svih CTQ svojstava

Veličina  $DPU$  je vrlo pogodna za izražavanje kvalitete procesa proizvodnje, jer je na prvi pogled jasna i intuitivna. Ali, ipak treba biti oprezan i ne donositi zaključke samo na osnovu veličine  $DPU$ . Pogotovo je važno ne uspoređivati različite proizvodne procese preko ove veličine. Bitna je razlika kada kažemo kako proizvođač određenog modela automobila postiže  $DPU = 0,478$  i kada bi neki proizvođač bicikla imao isti takav  $DPU$  u svojoj proizvodnji. Dok prosječni osobni automobil ukupno ima preko 10 000 CTQ značajki definiranih za tisuće sastavnih dijelova, prosječni bicikl ima višestruko manji broj dijelova i manji broj CTQ značajki zbog manje strogih zahtjeva i jednostavnosti. Zbog toga je u proizvodnji bicikla puno lakše dostići navedeni  $DPU$ . Ali isto tako, imati u proizvodnji bicikala  $DPU = 0,478$  znači lošu razinu kvalitete dok je u proizvodnji automobila to dobar rezultat jer znači da na više od polovine proizvedenih automobila nisu uočeni defekti niti su potrebni bilo kakvi dodatni popravci.

### 7.3 DPO – broj nesukladnosti po mogućnosti za nesukladnost

Prethodni primjer slikovito pokazuje potrebu uvođenja parametra koji će biti pogodniji u slučajevima usporedbe različitih procesa i koji će uzimati u obzir broj mogućnosti za nesukladnost, a ne broj proizvedenih jedinica. Jasno je pokazano kako ista vrijednost parametra  $DPU$  u nekim slučajevima ne daje dovoljnu informaciju za objektivnu usporedbu.

Zbog toga se definira broj nesukladnosti sveden na broj mogućnosti za nesukladnost, odnosno na broj definiranih CTQ značajki za određeni proizvod ili više njih. Broj mogućnosti za nesukladnost na proizvodu je direktna mjera kompleksnosti toga proizvoda. Broj mogućnosti za nesukladnost na više jedinica proizvoda se računa kao:

$n_o = o \times n = \text{broj mogućih nesukladnosti na proizvodu} \times \text{broj proizvoda} .$

Broj nesukladnosti po mogućnosti za nesukladnost se označava sa  $DPO$ <sup>13</sup> i pokazuje koliki je udio nesukladnosti u odnosu na maksimalno mogući broj nesukladnosti na promatranim jedinicama proizvoda. Kada bi po jedinici proizvoda bila definirana samo jedna CTQ veličina onda bi se vrijednosti  $DPU$  i  $DPO$  poklapale. Ali u praksi je uvijek po jedinici proizvoda definirano više CTQ značajki i tada se ovi brojevi mogu znatno razlikovati.  $DPO$  se računa prema:

$$DPO = \frac{n_{Nuk}}{n \times n_o} = \frac{\text{ukupni broj nesukladnosti svih proizvoda}}{\text{broj proizvoda} \times \text{broj mogućih nesukladnosti na proizvodu}} .$$

Lako je dovesti u vezu veličine  $DPO$  i  $DPU$ :  $DPO = \frac{DPU}{n_o} = \frac{DPU}{o \times n} .$

## **7.4 DPMO – broj nesukladnosti na milijun mogućnosti**

Broj nesukladnosti na milijun mogućnosti  $DPMO$ <sup>14</sup> izražava omjer ukupnog broja nesukladnosti u odnosu na broj mogućnosti za nesukladnost. Ova veličina je zapravo isto definirana kao  $DPO$ , samo što je često praktičnije izraziti broj nesukladnosti sveden na milijun mogućnosti (kada je broj nesukladnosti malen morali bismo takve vrijednosti pisati kao npr:  $DPO = 0,000005$ , a praktičnije je napisati  $DPMO = 5$ ).

Naravno da nema smisla pratiti i kontrolirati proizvodnju milijun komada nekog proizvoda da bismo došli do ovog broja. Uostalom, većina proizvoda se nikada ni ne proizvede u tolikoj količini. Broj nesukladnosti na milijun mogućnosti se jednostavno procjenjuje iz broja pogrešaka. Ovdje također ne smijemo zaboraviti da na jednom proizvodu može postojati više mogućnosti za nesukladnost, pa se  $DPMO$  računa kao:

$$DPMO = DPO \times 10^6 = \frac{n_{Nuk} \times 10^6}{n \times n_o} = \frac{\text{ukupni broj nesukladnosti svih proizvoda} \times 10^6}{\text{broj proizvoda} \times \text{broj mogućih nesukladnosti na proizvodu}}$$

Korisno je poznavati i vezu sa veličinama  $DPO$  i  $DPU$ :

$$DPMO = DPO \times 10^6 = \frac{DPU}{n_o} \times 10^6 = \frac{DPU}{o \times n} \times 10^6 .$$

Sada smo definirali parametre koji nam omogućuju da uspoređujemo proizvodne procese koji imaju različit stupanj kompleksnosti.

Ako bismo se sada vratili na prethodnu usporedbu proizvodnje automobila i bicikla, pomoću veličine  $DPMO$  možemo puno objektivnije sagledati odnose među njima. Naravno, isto vrijedi i za  $DPO$  jer je to u principu ista veličina samo što je drugačije

---

<sup>13</sup>  $DPO$  – Defects Per Opportunity – nesukladnosti po mogućnosti za nesukladnost

<sup>14</sup>  $DPMO$  – Defects Per Million Opportunities – nesukladnosti na milijun mogućnosti za nesukladnost

izražena. Ako prosječni osobni automobil ukupno ima preko 10 000 CTQ, recimo da je za bicikl definirano 500 CTQ kriterija. Izračunajmo sada što konkretno  $DPU = 0,478$  znači za broj prilika po jedinici proizvoda:

$$DPMO_{\text{automobil}} = \frac{DPU}{n_{O \text{ automobil}}} \times 10^6 = \frac{0,478}{10000} \times 10^6 = 47,8 \quad (DPO = 0,0000478);$$

$$DPMO_{\text{bicikl}} = \frac{DPU}{n_{O \text{ bicikl}}} \times 10^6 = \frac{0,478}{500} \times 10^6 = 956 \quad (DPO = 0,000956).$$

Sada lako možemo vidjeti drastičnu razliku u kvaliteti između ova dva proizvodna procesa. Dok proizvođač automobila na milijun mogućih nesukladnosti u procesu proizvede manje od 50 defekata, proizvođač bicikala je opasno blizu 1 000 defekata na milijun mogućnosti.

Pogledajmo jedan primjer koji će prikazati povezanost do sada definiranih parametara i omogućiti usporedbu pet različitih proizvodnih procesa. Proizvodni pogon ima pet linija i na njima proizvodi pet različitih proizvoda. Za svaku liniju provedena je kontrola na način da je su kontrolirani svi proizvodi izrađeni tijekom jednog radnog dana. Utvrđene su slijedeće veličine:

Proizvodna linija	Broj mogućnosti za nesukladnost $N_O$	Broj kontroliranih jedinica proizvoda $U$	Broj ustanovljenih defekata $D$
Linija 1	242	125	123
Linija 2	442	145	2
Linija 3	427	96	132
Linija 4	124	142	113
Linija 5	142	93	6

$$DPU_1 = \frac{n_{N1}}{n_1} = \frac{123}{125} = 0,984; \quad DPO_1 = \frac{n_{N1}}{n_1 \times n_{O1}} = \frac{123}{125 \times 242} = 0,004066;$$

$$DPMO_1 = \frac{n_{N1} \times 10^6}{n_1 \times n_{O1}} = \frac{123 \times 10^6}{125 \times 242} = 4066$$

$$DPU_2 = \frac{2}{145} = 0,014; \quad DPO_2 = \frac{2}{145 \times 442} = 0,000031; \quad DPMO_2 = \frac{2}{145 \times 442 \times 10^6} = 31$$

$$DPU_3 = \frac{132}{96} = 1,375; \quad DPO_3 = \frac{132}{96 \times 427} = 0,003220; \quad DPMO_3 = \frac{132}{96 \times 427 \times 10^6} = 3220$$

$$DPU_4 = \frac{113}{142} = 0,796; \quad DPO_4 = \frac{113}{142 \times 124} = 0,006418; \quad DPMO_4 = \frac{113}{142 \times 124 \times 10^6} = 6418$$

$$DPU_5 = \frac{6}{93} = 0,065; \quad DPO_5 = \frac{6}{93 \times 142} = 0,000454; \quad DPMO_5 = \frac{6}{93 \times 142 \times 10^6} = 454$$

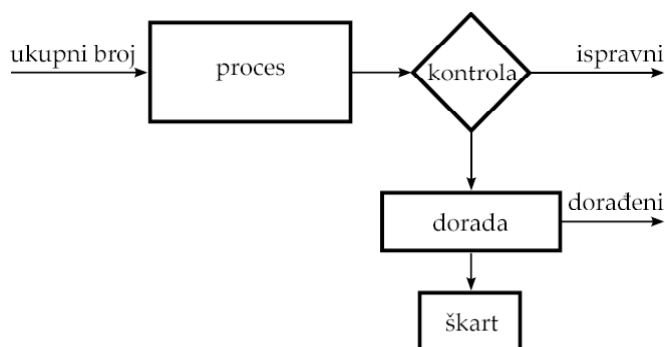
Iz ovog primjera možemo uočiti kako različite vrijednosti ovise o broju ustanovljenih defekata, ali i o broju mogućnosti za nesukladnost kada je riječ o  $DPO$  i  $DPMO$ . Po

svim kriterijima je najbolji proces koji se odvija na liniji 2, a za njim proces sa linije 5. Ali ako usporedimo slijedeći najbolji po *DPU* kriteriju (linija 4), vidimo da je od njega po drugom kriteriju (*DPO* odnosno *DPMO*) bolji proces sa linije 3. Razlog leži u činjenici da proces sa linije 3 ima puno veći broj mogućnosti za nesukladnost, što znači da je proizvod sa te linije kompleksniji i da je teže postići visoku učinkovitost proizvodnog procesa za kompleksniji proizvod.

Sada se postavlja pitanje kako izraziti učinkovitost proizvodnog procesa, jer vidimo da po dosadašnjim kriterijima nismo mogli jednoznačno ustanoviti koji proizvodni proces je učinkovitiji.

## 8 Učinkovitost procesa

Da bismo mogli razmatrati učinkovitost procesa potrebno je definirati osnovne veličine u procesu. Uzmimo u razmatranje model sustava koji se sastoji od samo jednog procesa (Dijagram 14). Od ukupnog broja jedinica proizvoda koje ulaze u proces neke su ispravne i prolaze kontrolu. Jedan dio proizvoda ne zadovoljava kontrolne kriterije i kao neispravan ide na doradu. U slučaju da se greška ne može ispraviti taj proizvod se odbacuje u škart.



Dijagram 14 - učinkovitost jednog procesa

Prolaznost procesa ( $FTY^{15}$ ) je veličina koja kazuje koliki je udio proizvoda koji su na kraju izašli iz procesa, dakle veličina koja obuhvaća i one proizvode koji od prve nisu bili zadovoljavajući ali su nakon dorade nedostaci ispravljani. Ova veličina je važna za daljnju analizu, ali ne izražava učinkovitost procesa jer se u računanju prolaznosti procesa ne pravi razlika između uspješnih operacija koje su dale ispravan proizvod  $U_p$  i onih koje su uzrokovale defekt kojeg je naknadno bilo potrebno ispraviti doradom  $U_{rw}$ . Jedino se razlikuju proizvodi koji su izašli iz procesa od onih koje nije bilo moguće doraditi i koji su odbačeni kao škart:

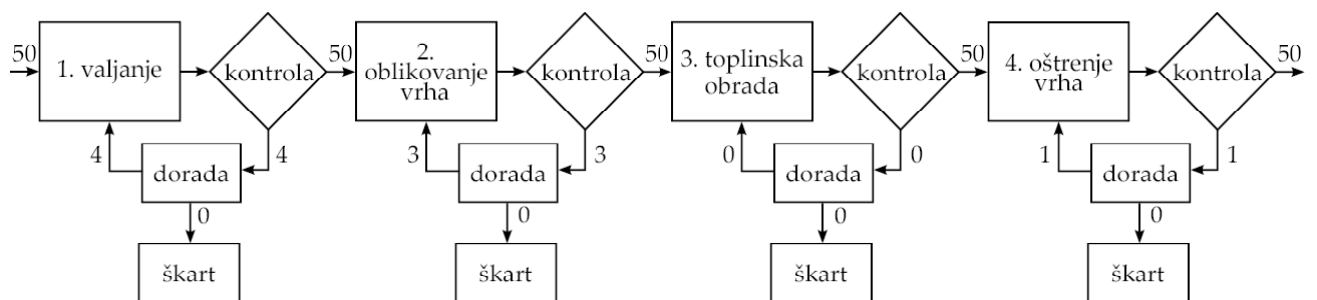
$$FTY = \frac{n_{ispravni} + n_{dorada}}{n} = \frac{\text{broj ispravnih} + \text{broj doradenih}}{\text{ukupni broj proizvoda}}.$$

Ovakvo računanje učinkovitosti procesa krije u sebi zamku koja često vodi u krive procjene i gubitke povezane s troškovima loše kvalitete. Zbog potrebnih dorada troše se resursi (vrijeme, rad i energija), a nekad se ispostavi da problematičnu jedinicu proizvoda uopće nije moguće popraviti i tada je moramo odbaciti u škart. Indeks prolaznosti procesa ne uzima u obzir takvu vrstu gubitaka, što je veliki nedostatak jer ovakvi gubici utječu na učinkovitost procesa.

---

<sup>15</sup>  $FTY$  – First Time Yield – prolaznost procesa, omjer svih proizvoda koji su prošli kontrolu i ukupno kontroliranih proizvoda.

Kao primjer će poslužiti postupak proizvodnje spiralnog svrdla podijeljen na četiri procesa: valjanje, oblikovanje vrha, toplinska obrada i oštrenje vrha. Nakon svakog procesa kontroliramo (jednu) određenu značajku i obradak ide dalje u sljedeći postupak. U slučaju greške obradak se šalje na doradu (ravnanje, rezanje, ponovljeno brušenje itd.) ili se odbacuje u škart. Zamislimo li sada situaciju u kojoj smo nakon valjanja imali 4 neispravna obradka, nakon oblikovanja vrha 3, nakon toplinske obrade su svi ispravni, te nakon oštrenja vrha 1 neispravan obradak. Svaka od neispravnosti je doradom popravljena i na kraju smo od promatranih 50 obradaka dobili svih 50 gotovih svrdala.



Dijagram 15 – prividna i prava učinkovitost više procesa

Ako bismo u ovakvom slučaju išli računati učinkovitost po samo na osnovi ulaznog i izlaznog broja proizvoda došli bismo do paradoksalnog zaključka kako je učinkovitost ovog "procesa"  $FTY = 50/50 = 1$  ( $FTY = 100\%$ ). A istovremeno u tom "idealno učinkovitom" procesu imamo opipljive gubitke (vremena, rada, materijala i energije) koji su se pojavili uslijed popravaka. Očito da je ovakva učinkovitost samo prividna, jer smo zanemarili to da svaki proces ima svoju zasebnu učinkovitost.

Ovakvim krivim odabirom veličina moguće je na papiru imati odličnu učinkovitost, a u pogonu velike gubitke koje sa sobom donose ovakvi popravci. Čak i da se dio neispravnih komada odbaci u škart, oni komadi koji su doručeni će opet uzrokovati pogrešnu procjenu.

Ovakav nedostatak je za jedan proces moguće izbjeći ako izračunamo učinkovitost na način da podijelimo broj proizvoda koji su od prve prošli kontrolu sa ukupnim brojem proizvoda koji su prošli proces. Dakle, sada smo u obzir uzeli samo one jedinice proizvoda koje nisu zahtijevale dodatne dorade.

Učinkovitost pojedinačnog procesa ( $FPY^{16}$ ), odnosno stupanj učinkovitosti pojedinačnog procesa tada računamo kao:

<sup>16</sup>  $FPY$  – First Pass Yield – udio inicijalno ispravnih proizvoda koji nisu trebali doradu, proizvodi koji su od prve prošli kontrolu.

$$FPY = \frac{n_{\text{ispravni}}}{n} = \frac{\text{broj ispravnih proizvoda}}{\text{ukupni broj proizvoda}} = \frac{\text{ukupni broj} - \text{broj neispravnih (dorada, škart)}}{\text{ukupni broj proizvoda}}.$$

Ali potrebno je naglasiti da se ovakav način računanja može primijeniti samo na jedan proces. Nikako se ne može koristiti za lanac od više uzastopnih različitih procesa, za razliku od računanja *FTY*-a koje je moguće primijeniti bez obzira na broj obuhvaćenih procesa.

Ispravan pristup bi naravno bio da za svaki proces odvojeno računamo stupanj učinkovitosti. U tom slučaju bismo imali  $FPY_1 = 46/50 = 0,92$ ;  $FPY_2 = 47/50 = 0,94$ ;  $FPY_3 = 50/50 = 1$  i  $FPY_4 = 49/50 = 0,98$ . Ove brojke su ipak malo realnije od veličine *FTY*, jer pokazuju da u procesima postoje poteškoće. Ali potrebno je naći jednu veličinu koja će izražavati ukupnu učinkovitost svih procesa u seriji, a na čiju vrijednost će utjecati učinkovitost svakog pojedinog procesa. Ova veličina koja izražava ukupnu učinkovitost niza procesa se u literaturi na engleskom jeziku označava kao *RTY*<sup>17</sup>.

### **8.1 Ukupna učinkovitost niza procesa – RTY**

Sada se postavlja pitanje kako izračunati stupanj učinkovitosti za veći broj povezanih procesa, što predstavlja tipičnu situaciju u industriji. Gledajući s matematičke strane, učinkovitost jednog procesa izražava vjerojatnost da proces na izlazu da željenu veličinu. Logično je da za seriju procesa također tražimo vjerojatnost pozitivnog ishoda. Prema tome, računanje ukupne učinkovitosti niza procesa će se provesti na osnovu teorije vjerojatnosti.

Dakle, kolika je vjerojatnost da jedan proizvod prođe četiri navedena procesa bez pojave greške? Ako umjesto promatranih 50 komada uzmemo da se proces proizvodnje obavlja kroz duže vrijeme i da će se prema statističkoj definiciji vjerojatnosti relativna frekvencija događaja stvarno stabilizirati oko vrijednosti koju smo dobili na osnovu ovih 50 ciklusa, onda možemo proglasiti da je vjerojatnost da proces valjanja bude uspješan  $P_1 = 0,92$ , proces oblikovanja vrha  $P_2 = 0,94$ , toplinska obrada  $P_3 = 1$  i završno oštrenje vrha  $P_4 = 0,98$ . Ukupna vjerojatnost bi bila mogućnost da se dogode četiri međusobno zavisna slučaja jer je u slučaju nedostatka u bilo kojoj fazi taj izradak izrađen s greškom, bez obzira je li taj nedostatak uklonjen ili je obradak završio u škartu. Znači da za ovaj slučaj *RTY* možemo računati kao:

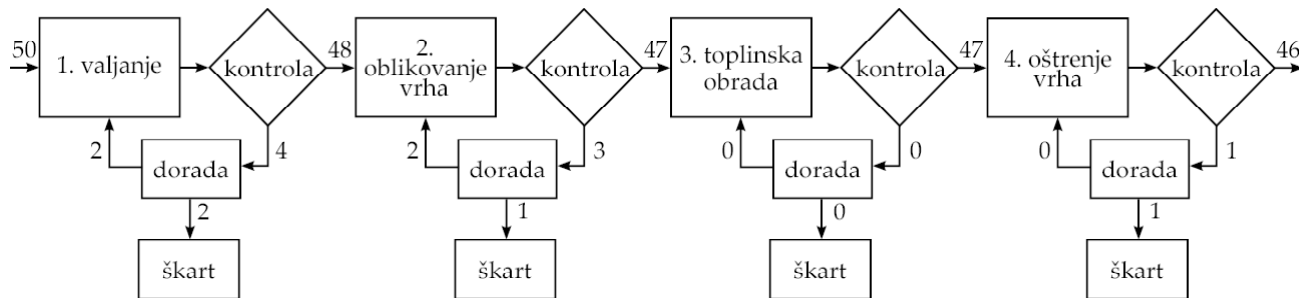
$$RTY = \prod_{i=1}^n FPY_i = FPY_1 \times FPY_2 \times FPY_3 \times FPY_4 = 0,92 \times 0,94 \times 1 \times 0,98 = 0,847504 = 84,75\%.$$

Razlika između izračunatog stupnja učinkovitosti i onog prividnog na osnovu ulaznog i izlaznog broja komada je drastična, dijelom i zbog toga što je kao prvi primjer namjerno odabrana situacija u kojoj niti jedan komad nije završio u škartu baš da bi se maksimalno istaknula mogućnost pogreške ako za mjerilo kvalitete

---

<sup>17</sup> Rolled Throughput Yield – ukupna učinkovitost serije procesa

uzimamo krive veličine. Za slijedeći primjer ćemo uzeti istu proizvodnju svrdla, uz nešto promijenjene brojeve nesukladnosti i za slučaj kada sve nesukladnosti nisu mogle biti ispravljene doradom. Za ovaj primjer ćemo izračunati sve važne veličine kako bi se pokazale zajedničke osobine i razlike među njima.



Dijagram 16 - realna učinkovitost više procesa

Analizu serije procesa je prikladnije pokazati u tablici učinkovitosti koja sadrži sve veličine. Tablica 3 prikazuje analizu primjera kojeg prikazuje Dijagram 16, pri čemu polja sa zatamnjenom pozadinom označavaju polja unosa podataka, ostale vrijednosti se računaju iz unesenih podataka:

	1. proces	2. proces	3. proces	4. proces	Σ	
ulaz komada	50	48	47	47	50	ulaz komada
izlaz komada	48	47	47	46	46	izlaz komada
broj ispravnih	46	45	47	46		
broj nesukladnosti	4	3	0	1	8	ukupno grešaka
broj dorađenih	2	2	0	0	4	ukupno dorađenih
škart	2	1	0	1	4	ukupno škarta
<i>FTY</i>	96,00%	97,92%	100,00%	97,87%		
<i>FPY</i>	92,00%	93,75%	100,00%	97,87%		
<i>DPU</i>	0,080	0,063	0,000	0,021	0,164	ukupni <i>DPU</i>
<b><i>RTY</i></b>	<b>92,00%</b>	<b>86,25%</b>	<b>86,25%</b>	<b>84,41%</b>	<b>84,41%</b>	<b>ukupna učinkovitost</b>

Tablica 3 - *RTY* karta

Iz ove tablice se mogu lakše vidjeti međuođnosni veličina. Jasno se vidi kakva je razlika između *FTY* i *FPY*. Prolaznost procesa je uvijek veća ili jednaka učinkovitosti pojedinog procesa. Do izjednačavanja *FTY* i *FPY* dolazi samo u slučajevima kad nema škarta. Također je vidljivo kako su za slučaj jednog procesa *FPY* i *RTY* zapravo ista veličina (vjerojatnost pozitivnog ishoda rezultata procesa), a kako se više procesa dodaje u niz vrijednost *RTY* svakim korakom pada.

Za svaki korak (svaki slijedeći podproces) vrijednost *DPU* se zbraja, a *RTY* se dobiva množenjem stupnja *FPY* za svaki korak. Iz tog sekvencijalnog množenja slijedi da je učinkovitost niza procesa niža od pouzdanosti najnižeg procesa u nizu.

### **8.1.1 Računanje ukupne učinkovitosti procesa u realnim proizvodnim procesima**

U realnim proizvodnim procesima moraju se u obzir uzeti i razni drugi faktori koji mogu utjecati na razinu ukupne učinkovitosti. U praksi za pojedine dijelove sklopa definirano više kontrolnih veličina i greška u bilo kojoj od tih veličina znači potrebu za doradom ili čak odbacivanje u škart. *DPU* se ovdje i dalje računa kao broj nesukladnosti u odnosu na broj komada, bez obzira da li se na jednom komadu pojavljuje više grešaka ili samo jedna. Ovo je važno naglasiti, jer često dođe do pogreške koja kasnije može utjecati na procjenu ukupne učinkovitosti.

Osim toga, u većini industrijskih postrojenja nije moguće (ili barem nije isplativo) kontrolirati bitne veličine za svaki izradak nakon svakog pojedinog procesa da bi dobili vrijednosti *FPY* za svaki pojedini proces. Jasno da je za takve slučajeve nemoguće izračunati ukupnu učinkovitost procesa na klasičan način množenjem učinkovitosti pojedinih procesa jer ne raspolažemo tim veličinama. Zapravo je u većini realnih situacija nemoguće ili neisplativo kontrolirati izlaz svakog procesa i *RTY* se ne računa klasičnim načinom nego se procjenjuje na osnovu podataka o *DPU*.

### **8.1.2 Matematička pozadina procjene RTY**

Drugi način na koji je moguće izračunati ukupnu učinkovitost (*RTY*) nije pravo računanje nego procjena zasnovana na nekim statističkim zakonitostima i saznanjima o prirodi promatranih procesa. Uz ispunjenje uvjeta koje ćemo ovdje navesti i obrazložiti ova procjena daje visoku razinu točnosti i u praksi se koristi puno češće nego klasično računanje *RTY*-a kao umnoška pojedinih učinkovitosti.

S obzirom na to da pri kontroli izlaza svakog procesa imamo samo rezultat koji kaže zadovoljava li izlaz postavljeni uvjet jasno je da se radi o diskretnoj varijabli. Prirodno je da se kao prikladna razdioba kojom ćemo aproksimirati ponašanje procesa na osnovi diskretne varijable nameće binomna razdioba. Binomna razdioba upravo odgovara na pitanje koje nas zanima, kolika je vjerojatnost da se dogodi nesukladnost tijekom procesa proizvodnje. Zapravo nas, strogo formalno gledajući, kod procjene *RTY*-a zanima vjerojatnost da se nesukladnost ne dogodi, ali stvari postavljamo na ovaj način kako bismo mogli pojednostavniti proračun korištenjem Poissonove razdiobe.

Ako prihvatimo činjenicu da se u proizvodnji radi o manje ili više kontroliranim procesima i da su nesukladnosti ipak rijetki događaji, onda smo time ispunili osnovni uvjet korištenja Poissonove razdiobe. Poznato je da je Poissonova razdioba zapravo granični slučaj binomne razdiobe (s parametrima  $n$  i  $p$ , kada  $n \rightarrow \infty$  i  $p \rightarrow 0$  pri čemu umnožak ostaje konstantan  $np = \lambda$ , te istovremeno izražava očekivanu vrijednost i varijancu razdiobe). Usporedimo li značajke binomne razdiobe sa Poissonovom, vidjet ćemo jasnu povezanost koju prikazuje Tablica 4.

	Binomna razdioba	Poissonova razdioba
	$p(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ $x = 0, 1, 2, \dots, n; 0 < p < 1$	$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$ $x = 0, 1, 2, \dots, n; \lambda > 0$
očekivanje	$E(x) = np$	$E(X) = \lambda$
varijanca	$Var(x) = npq$	$Var(X) = \lambda$
standardna devijacija	$\sigma = \sqrt{npq}$	$\sigma = \sqrt{\lambda}$

Tablica 4 - Usporedba binomne i Poissonove razdiobe

Računajući ukupnu učinkovitost procesa (*RTY*) u prethodnom poglavlju postavili smo pitanje: kolika je vjerojatnost da proizvod prođe cijeli proizvodni proces (sastavljen od niza podprocesa i operacija) bez pojave nesukladnosti. Mogli bismo jednostavno postaviti jednadžbu Poissonove razdiobe i uvrstiti podatke za slučaj u kojem neće biti nesukladnosti, odnosno odrediti vjerojatnost da se događaj ne dogodi, što je odgovor na postavljeno pitanje. Ipak ćemo formalno izvesti formulu preko binomne razdiobe, a zatim ćemo pokušati utvrditi koja su konkretna ograničenja koja moramo poštivati ako želimo se koristiti Poissonovom razdiobom <sup>viii</sup>.

Dakle, pomoću funkcije binomne razdiobe želimo izračunati vjerojatnost da jedan proizvod prođe sve proizvodne procese bez pojave nesukladnosti:

U funkciju binomne razdiobe:  $p(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$  za 0 nesukladnosti uvrštavamo:

$$p(0) = b(0; n, p) = \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{n-0} = 1 \cdot 1 \cdot (1-p)^n = (1-p)^n.$$

Ako sada prihvatimo pretpostavku da umnožak  $np$  ostaje konstantan i proglasimo ga  $np = \lambda$  (Poisson), imat ćemo:

$$p(0) = b(0; n, p) = (1-p)^n = \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n.$$

Logaritmiranjem ovog izraza dobivamo:

$$\ln p(0) = \ln b(0; n, p) = n \ln \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right).$$

Razvijemo li član  $\ln \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)$  u Taylorov red, dobit ćemo:

$$\begin{aligned} \ln \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right) &= \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{\left(-\frac{\lambda}{n}\right)^i}{i} = (-1)^2 \cdot \frac{\left(-\frac{\lambda}{n}\right)^1}{1} + (-1)^3 \cdot \frac{\left(-\frac{\lambda}{n}\right)^2}{2} + (-1)^4 \cdot \frac{\left(-\frac{\lambda}{n}\right)^3}{3} + \dots = \\ &= 1 \cdot \left(-\frac{\lambda}{n}\right) + (-1) \cdot \left(-\frac{\lambda^2}{2n^2}\right) + 1 \cdot \left(-\frac{\lambda^3}{3n^3}\right) + \dots = -\frac{\lambda}{n} - \frac{\lambda^2}{2n^2} - \frac{\lambda^3}{3n^3} - \dots \end{aligned}$$

Uvrstimo li sada razvijeni član u gornju jednadžbu:

$$\ln p(0) = \ln b(0; n, p) = n \cdot \left( -\frac{\lambda}{n} - \frac{\lambda^2}{2n^2} - \frac{\lambda^3}{3n^3} - \dots \right)$$

Kako  $n \rightarrow \infty$ , proizlazi da je tražena vjerojatnost:

$$\ln p(0) = \ln b(0; n, p) = e^{-\lambda}.$$

Dobiveno je u skladu sa formulom za Poissonovu razdiobu, jer za 0 događaja imamo:

$$P(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \Rightarrow P(x=0) = \frac{\lambda^0}{0!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda}.$$

Ako sada umjesto veličine  $\lambda$  uvrstimo konkretne podatke i zamijenimo očekivanje  $\lambda$  sa očekivanjem  $DPU$  (udio broja nesukladnosti u ukupnom broju kontroliranih komada) moći ćemo procijeniti kolika je u tom slučaju vjerojatnost da se tijekom proizvodnje za jedan da proizvod bez pojave nesukladnosti prođe sve proizvodne procese i operacije. Ova vjerojatnost izražava ukupnu učinkovitost procesa, pa je

$$P(x=0) = e^{-DPU}, \text{ odnosno:}$$

$$RTY = e^{-DPU},$$

a vrijedi i obrnuto:  $DPU = -\ln(RTY)$ .

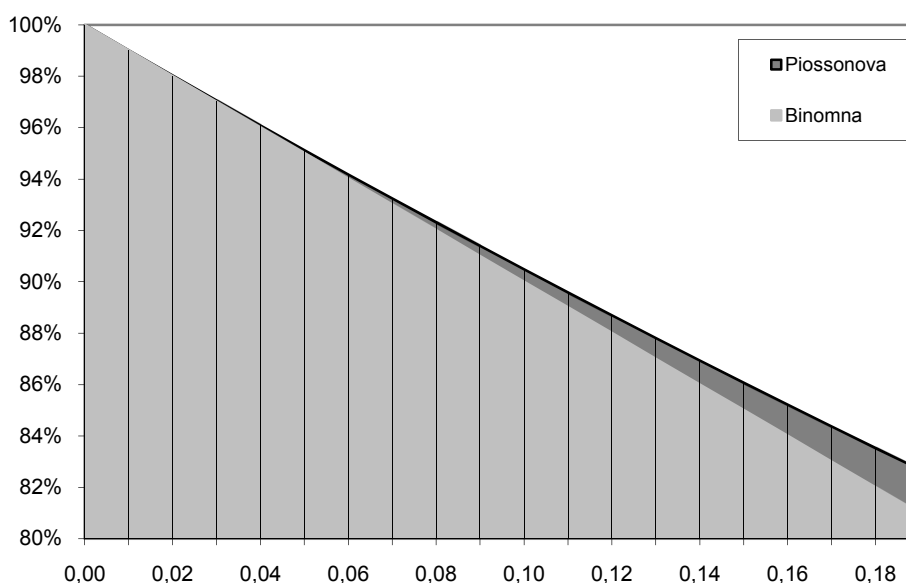
U primjeni gornje formule postavlja se pitanje koja su praktična ograničenja, odnosno koliki udio nesukladnosti možemo smatrati "malim" i koristiti se Poissonovom razdiobom (odnosno formulom  $RTY = e^{-DPU}$ ). Odgovor na ovo pitanje ćemo dobiti ako usporedimo razdiobe za slučaj uzorka od jednog proizvoda u kojem se neće pojaviti nesukladnost ( $x=X=0, n=1$ ), istovremeno varirajući vjerojatnosti  $p$  u intervalu koji nas zanima na način koji prikazuju Tablica 5 odnosno Dijagram 17. Promatrajući dobivene vrijednosti možemo zaključiti da će aproksimacija binome razdiobe Poissonovom biti zadovoljavajuća u slučaju da je učestalost nesukladnosti manja od 10% ( $p < 0,1$ ) jer je u tom području razlika procjene Poissonove u odnosu na binomnu manja od 0,5%, što nam je prihvatljivo.

Iako se primjena formule  $RTY = e^{-DPU}$  samo u slučajevima u kojima imamo učestalost nesukladnosti nižu od 10% čini kao veliko ograničenje zapravo u praksi ono uopće nije ograničavajući faktor. Ako u nekom procesu imamo 10% nesukladnosti tada ionako nema puno smisla računati ukupnu učinkovitost procesa. Sam proces očito nije pod kontrolom i treba se fokusirati na pronalaženje i otklanjanje uzroka tako velikog broja nesukladnosti, a izračun ukupne učinkovitosti i detaljnije analize ostaviti za vrijeme kada izlaz procesa bude pod kontrolom.

Binomna razdioba $p(x=0; n=1)$ :	Poissonova razdioba $P(X=0, n=1)$ :
$p(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \binom{1}{0} p^0 (1-p)^{1-0} =$ $= \frac{1!}{0!(1-0)!} p^0 (1-p)^{1-0} = \frac{1}{1 \cdot 1} \cdot 1 \cdot (1-p)^1 = 1-p$	$P(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} = \frac{n^x p^x}{x!} e^{-np} = \frac{1^0 \cdot p^0}{0!} e^{-1 \cdot p} =$ $= \frac{1 \cdot 1}{1} e^{-p} = e^{-p}$

učestalost nesukladnosti (p)	procjena vjerojatnosti:		razlika procjene
	binomna	Poissonova	
0,00	100,00%	100,00%	0,00%
0,01	99,00%	99,00%	0,00%
0,02	98,00%	98,02%	0,02%
0,03	97,00%	97,04%	0,04%
0,04	96,00%	96,08%	0,08%
0,05	95,00%	95,12%	0,12%
0,06	94,00%	94,18%	0,18%
0,07	93,00%	93,24%	0,24%
0,08	92,00%	92,31%	0,31%
0,09	91,00%	91,39%	0,39%
0,10	90,00%	90,48%	0,48%
0,11	89,00%	89,58%	0,58%
0,12	88,00%	88,69%	0,69%
0,13	87,00%	87,81%	0,81%
0,14	86,00%	86,94%	0,94%
0,15	85,00%	86,07%	1,07%
0,16	84,00%	85,21%	1,21%
0,17	83,00%	84,37%	1,37%
0,18	82,00%	83,53%	1,53%
0,19	81,00%	82,70%	1,70%

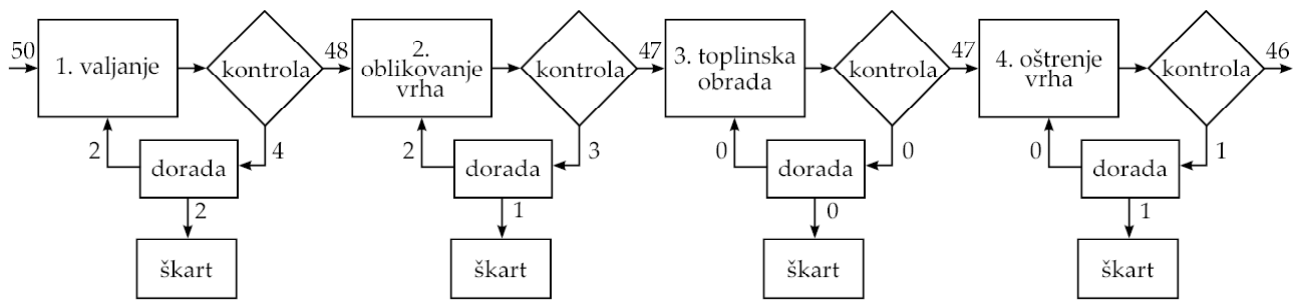
Tablica 5 - usporedba binomne i Poissonove razdiobe ( $x=0; n=1$ )



Dijagram 17 - usporedba binomne i Poissonove razdiobe ( $x=0; n=1$ )

### 8.1.3 Usporedba računanja i procjene RTY-a

Sada kada raspolažemo još jednim načinom dobivanja RTY-a (ukupne učinkovitosti procesa), usporedit ćemo oba načina koristeći se podacima iz prethodnog primjera proizvodnje spiralnog svrdla (Dijagram 16, Tablica 3 - RTY karta).



	1. proces	2. proces	3. proces	4. proces	Σ	
ulaz komada	50	48	47	47	50	ulaz komada
izlaz komada	48	47	47	46	46	izlaz komada
broj ispravnih	46	45	47	46		
broj nesukladnosti	4	3	0	1	8	ukupno grešaka
broj dorađenih	2	2	0	0	4	ukupno dorađenih
škart	2	1	0	1	4	ukupno škarta
<i>FTY</i>	96,00%	97,92%	100,00%	97,87%		
<i>FPY</i>	92,00%	93,75%	100,00%	97,87%		
<i>DPU</i>	0,080	0,063	0,000	0,021	0,164	ukupni <i>DPU</i>
<b><i>RTY</i></b>	<b>92,00%</b>	<b>86,25%</b>	<b>86,25%</b>	<b>84,41%</b>	<b>84,41%</b>	<b>ukupna učinkovitost</b>

Umjesto da računamo *RTY* za svaki pojedini proces, sada ćemo izvršiti procjenu *RTY*-a pomoću *DPU*-a. Ovdje ćemo zanemariti ograničenje koje kaže kako se ovakvim načinom procjene ne bismo trebali koristiti u slučaju da imamo više od 10% nesukladnosti u procesu jer se radi o hipotetskom primjeru čije su vrijednosti grešaka i dorađenih proizvoda odabrane proizvoljno kako bi što bolje prikazale utjecaj pojedinih veličina na učinkovitost. Osim toga, ovdje se radi o rubnom slučaju kada broj nesukladnosti ne prelazi puno granični iznos od  $DPU_{max} = 0,1$  ( $DPU = 0,164$ ). U prethodnom primjeru smo već izračunali ukupni *DPU*, ali ćemo radi jasnoće proračuna koristiti pojedinačne vrijednosti:

$$RTY = e^{-DPU} = e^{-(0,08+0,063+0+0,021)} = e^{-0,164} = 0,8489 = 84,89\%.$$

Vidimo da se procijenjena vrijednost razlikuje od izračunate za 0,0048 što je zanemariva pogreška (manja od 0,5%) u odnosu na to koliko pojednostavljuje izračun tražene vrijednosti. Valja uzeti u obzir i to da smo procjenu vršili čak i izvan okvira od 0,1 *DPU* izvan kojeg se ne preporuča koristiti ovom metodom. Znajući da su u praksi česti slučajevi u kojima postoje tehnološka i ekonomska ograničenja zbog kojih je neizvedivo provoditi kontrolu nakon svakog pojedinog procesa (a i kada jest izvediva kontrola često je to nepraktično i neekonomično) vidimo da će ovaj način procjene ukupne učinkovitosti procesa biti vrlo važan i jasno je zašto se u praksi češće koristi od konvencionalnog računanja *RTY*-a.

Naravno da kod ovakvih slučajeva kada procjenu vršimo izvan preporučenog okvira od 0,1 *DPU* moramo imati na umu da smo svjesno unijeli pogrešku u račun, ali kod takvih procesa ionako moramo unaprijediti učinkovitost i onda ponovo računati na osnovu poboljšanih rezultata. Ovakvo smo ipak dobili orijentacijsku vrijednost pouzdanosti iako znamo da ona u sebi sadrži pogrešku (koja je zanemariva kada znamo da se radi samo o privremenoj veličini). Možemo zaključiti kako je ovakav način procjene ukupne učinkovitosti prilično pouzdan i robustan matematički alat koji nam drastično olakšava računanje u realnim situacijama.

Još više od samog računanja olakšavamo prikupljanje i obradu podataka o nesukladnostima u proizvodnji jer se na ovaj način za proračun traže veličine o kojima često već postoji evidencija (kontrolne karte). Često se kod već postojećih i uhodanih proizvodnih procesa pojavljuje potreba za računanjem *RTY*-a, a iznimno rijetko ćemo u realnoj proizvodnji pronaći tako detaljne podatke o greškama za svaki pojedini proces koji bi nam omogućili konvencionalno računanje ukupne učinkovitosti.

Procjena *RTY*-a posebno pojednostavljuje proračun ukupne učinkovitosti kod primjera koji podrazumijevaju više od jedne kontrolirane značajne veličine (kada možemo imati *DPU* veći od 1 po jedinici proizvoda). Ali u tom slučaju se za procjenu ne koristi veličina *DPU* (defects per unit) nego *DPO* (defects per opportunity). Ovo je logično, jer sada jedinica proizvoda ne predstavlja samo jednu priliku za pojavu nesukladnosti u ovakvoj situaciji računamo ukupnu učinkovitost sa veličinom *DPO*:  $RTY = e^{-DPU}$  i obrnuto:  $DPO = -\ln(RTY)$ .

Nakon što smo obradili oba načina računanja ukupne učinkovitosti procesa poželjno je i ukratko ponoviti oba postupka:

- Konvencionalni pristup:

1. izračunati *FPY* za svaki korak (podproces) iz kontrolnih podataka,
2. izračunati ukupnu učinkovitost množenjem pojedinih *FPY*.

$$RTY = \prod_{i=1}^n FPY_i = FPY_1 \times FPY_2 \times FPY_3 \times \dots$$

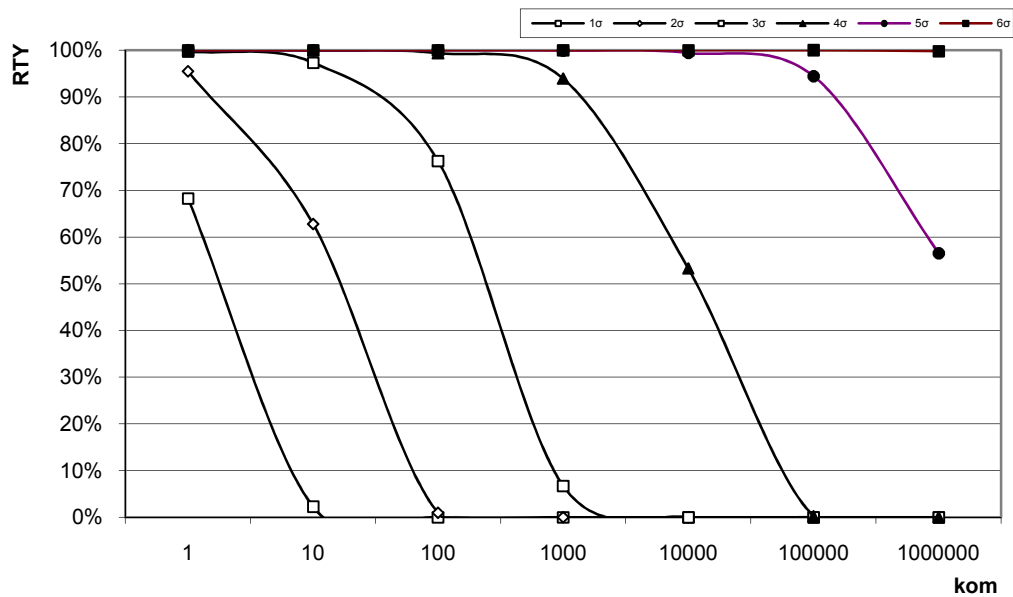
- Procjena *RTY*:

1. izračunati ukupnu učinkovitost pomoću  $RTY = e^{-DPU}$ , ili  $RTY = e^{-DPO}$  \*
- \* U slučaju da imamo mogućnost za pojavu više nesukladnosti na jednom proizvodu koristimo se vrijednošću *DPO*.

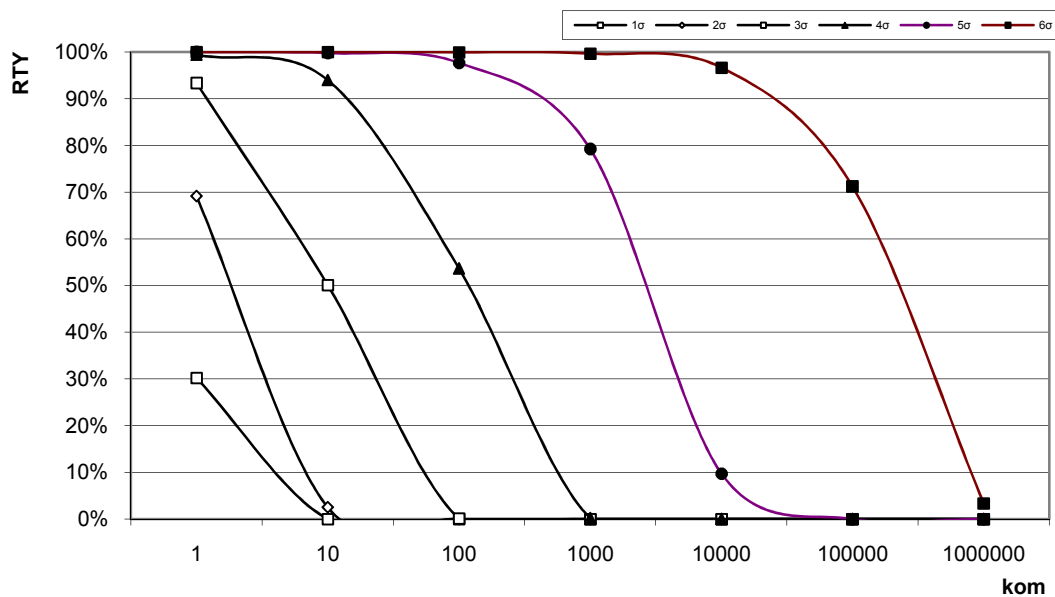
#### 8.1.4 Utjecaj $\sigma$ -razine na *RTY*

Zanimljivo je vidjeti kako se mijenja stupanj ukupne učinkovitosti ovisno o  $\sigma$ -razini proizvodnog procesa <sup>IX</sup>. Jasno je da će *RTY* biti viši što je viša razina kvalitete proizvodnje. Promotrit ćemo inicijalni utjecaj za slučaj centriranog procesa, a zatim

ćemo uračunati i dopušteno klizanje procesa za  $1,5\sigma$ . Da bi rezultati bili pregledniji koristit ćemo logaritamsku skalu na apscisi koja prikazuje broj proizvedenih komada. Ordinata prikazuje postotak učinkovitosti, a pojedine krivulje će označavati kretanje *RTY*-a za određenu  $\sigma$ -razinu.



Dijagram 18 - utjecaj  $\sigma$ -razine na *RTY* - centrirani proces



Dijagram 19 - utjecaj  $\sigma$ -razine na *RTY* - proces pomaknut za  $1,5\sigma$

Kod idealno centriranog procesa je razina pouzdanosti veća, pa je tako viši i *RTY* kao mjera učinkovitosti procesa. Već je objašnjeno kako nakon nekog vremena u realnim uvjetima dolazi do klizanja procesa unutar granica tolerancije, i kako je u skladu sa preporukama  $6\sigma$  metodologije dopušteno klizanje za  $1,5\sigma$  od centra tolerancijskog polja. Prvo ćemo prikazati kako  $\sigma$ -razina utječe na stupanj ukupne učinkovitosti za

idealno centrirani proces, a zatim ćemo vidjeti kakve su razlike u dugoročnom korištenju kada proces "otkliže" za  $1,5 \sigma$ .

Kod centriranog procesa (Dijagram 18) vidimo kako sa porastom broja komada eksponencijalno pada učinkovitost procesa prema funkciji binomne razdiobe  $P_{(0)} = (1 - DPU)^n$ . Sa povećanjem  $\sigma$ -razine se taj pad ublažava i kod razine  $6\sigma$  postaje dovoljno malen da se na dijagramu ne vidi niti kod serije od 1 000 000 komada (iznosi 99,8%).

Ako zamislimo proces koji je "otklizao" za maksimalno  $1,5 \sigma$  (Dijagram 19) jasno je da će to negativno utjecati na učinkovitost procesa. Uspoređujući dijagrame za centrirani i necentrirani proces možemo jasno uočiti pad učinkovitosti kao posljedicu "klizanja" procesa za  $1,5 \sigma$ . Na krivuljama koje označavaju pojedinu razinu se taj pad učinkovitosti (uslijed klizanja centra procesa prema granici tolerancije) manifestira kao klizanje krivulje u lijevo. Kod dijagrama koji se odnosi na necentrirani proces još je izraženiji utjecaj  $\sigma$ -razine na pad učinkovitosti.

## 9 Primjer primjene 6 $\sigma$ metrike

Već je navedeno da je 6 $\sigma$  metodologiju moguće primijeniti na bilo koju vrstu procesa, bez obzira radi li se o primjeru proizvodnje iz tehničke prakse, trenutno aktualnom administrativnom uređivanju javne uprave ili bilo kakvoj drugoj vrsti procesa. Na mentorov poticaj odlučio sam univerzalnost primjene 6 $\sigma$  metrike prikazati kroz jedan primjer iz zajedničkog okruženja koji će, nadam se, svima biti razumljiv i zanimljiv.

Slikoviti primjer iz fakultetskog miljea je tvrdnja pročelnika Katedre za mehaniku fluida koja je notorna po poteškoćama koje većina studenata ima vezano uz polaganje ispita. Naime, pročelnik katedre je svojedobno ustvrdio kako je prolaznost toga kolegija preko 95%. Naravno, to je lako opravdati ako se jednostavno uzme broj studenata koji su taj kolegij upisali i broj onih koji su ga položili. Razlika između ta dva broja očito leži u broju studenata koji su u međuvremenu odustali ili su izgubili pravo studiranja.

Ako ovu tvrdnju postavimo u kontekst serije procesa pohađanja kolegija, zatim pripreme za ispit i konačno polaganje ispita, navedena tvrdnja se očito odnosila na prolaznost procesa, koja se računa kao omjer broja studenata koji su upisali kolegij i onih koji su ispit položili. Gledajući na rezultat od  $FTY = 95\%$  mogli bismo na prvi pogled ustvrditi da je ta katedra došla na loš glas bez osnove.

Mogli bismo, ako ne poznajemo metriku kojom je potkrijepljena tvrdnja, ustvrditi da je problem očito u studentima koji se bez razloga bune u vezi prolaznosti ispita. Ali problem se krije u "skrivenim popravcima", odnosno u prosječnom broju izlazaka na ispit da bi ga se položilo. Ja sam osobno izlazio na taj ispit dvanaest puta, a administrativna verzija glasi da sam ga položio iz petog pokušaja. Velika većina mojih kolega je na ispit izlazila preko deset puta, a znam za samo dva slučaja prolaska iz prvog pokušaja. I službeni i neslužbeni podaci govore o iznimno velikom broju potrebnih ponavljanja procesa kako bi se zadovoljilo postavljene kriterije.

Naime, tada je postojala kvalifikacijska procedura tzv. blic preispita sa teoretskim pitanjima. Blic preispit je trebalo položiti prije pismenog dijela da bi se uopće moglo izaći na pismeni dio ispita, što se računalo kao izlazak na ispit. To je vjerojatno bilo u sukobu sa statutom fakulteta, ali bilo je tako i studenti su se morali držati ustaljene procedure.

Nakon polaganja blic preispita izlazio sam na pismeni dio kojeg također nisam mogao položiti, tako da sam iskoristio jedan ciklus "3+1" i napokon iz petog pokušaja uspio položiti ispit. U međuvremenu su blic preispiti ukinuti, ali prolaznost se nije puno povećala. Sada se postavlja pitanje je li opravdano prolaznost računati prema formuli za  $FTY$  i ignorirati uloženi trud i mjeseci izlaženja na isti ispit s moje strane. Također, na taj način se ignoriraju uloženi trud i vrijeme profesora i ostalog osoblja katedre koje je sudjelovalo u održavanju ispita, a nisu zanemarivi niti troškovi nastali

zbog toga. Pitanje je koliki su u ovom procesu troškovi loše kvalitete ako znamo da sam ja samo jedan od mnogih koji su tako prošli sa mehanikom fluida.

Ne bi li prolaznost ispita bilo prikladnije računati po nekoj drugoj formuli koja će bolje reflektirati odnos uloženog i dobivenog, odnosno učinkovitost procesa apsolviranja kolegija? Možda bi u ovom slučaju bolje odgovarao omjer broja studenata po ispitnom roku prijavili koji su prijavili ispit i onih koji su ga na tom roku položili. Među studentima se u to vrijeme spekuliralo kako se radi o 3-5% takvih. Međutim, takvom brojkom se nitko ne bi hvalio kao prolaznošću ispita.

Još bi objektivnija bila formula po kojoj bi se prolaznost ispita mjerila prema postotku studenata koji su ispit položili na svom prvom izlasku na njega. Ovakvo računanje bi najbolje pokazalo omjer kvalitete naučenog na predavanjima i auditornim vježbama i zahtjevnosti ispitnih zadataka. Svakim daljnjim izlaženjem na ispit se povećava utjecaj znanja koje je student naknadno sam stekao učeći i vježbajući, a smanjuje se utjecaj znanja stečenog za vrijeme održavanja kolegija.

## **9.1 Analiza i simulacija opisanog problema**

Da bismo mogli analizirati ovaj fiktivni proces, potrebni su nam podaci preko kojih ćemo moći kvantificirati tražene parametre. Službeni podaci su mi nepoznati, ali to nije ni važno u jer je ionako nemoguće reproducirati sve faktičke pretpostavke u ovom slučaju. Zbog toga ćemo situaciju pojednostavniti tako da ćemo kao uzorak koji bi se trebao ponašati u skladu sa ostatkom populacije uzeti samo moju generaciju, te ćemo reproducirati osnovne veličine a ostale ćemo pokušati što je moguće bolje procijeniti. Ionako svrha ovoga izlaganja nije rješavanje problema (koji je u međuvremenu barem djelomično riješen dolaskom studomata i bolonjskog procesa) nego primjena  $6\sigma$  metrike.

Pretpostavimo da je u semestru kad sam upisao ovaj kolegij bilo 200 studenata koji su ga slušali. Neka su svi upisani studenti odradili tražene obveze pohađanja predavanja i vježbi. Navedeni postotak, ako se zaista radi o prolaznosti procesa znači da je od tih 200 studenata kolegij uspješno apsolviralo 190 studenata:

$$FTY = \frac{\text{položili ispit}}{\text{upisali kolegij}} = \frac{190}{200} = 0,95 = 95\% .$$

Apsolviranje kolegija se sastoji od četiri uzastopna procesa:

- slušanje predavanja i vježbi (i paralelno učenje);
- blic predispit;
- pismeni dio ispita i
- usmeni dio ispita.

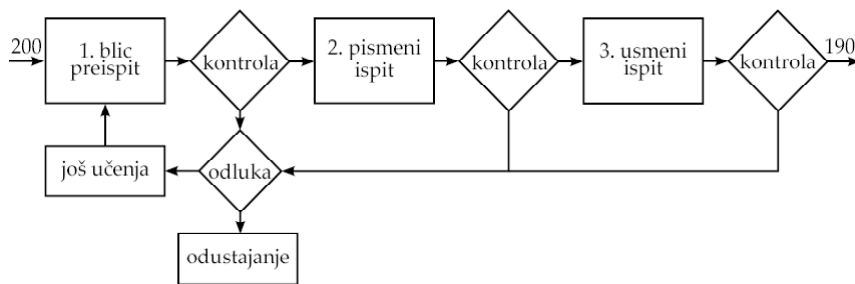
Jasno je da je uspješno obavljanje jednog procesa potrebno da bi se prešlo na slijedeći, dok nesukladnost u bilo kojem procesu osim prvog znači povratak na početak procesa. Uspjeh prvog procesa je bio uvjetovan pohađanjem predavanja i vježbi, a

kako se nije evidentiralo redovno pohađanje svi koji su zatražili potpis su ga i dobili. Nakon procesa samostalnog učenja nema objektivne kontrole pa je jedina kontrola subjektivni dojam samog studenta o postignutoj razini znanja. To je jedan od razloga zašto je na blic preispitima na svakom ispitnom roku bilo najmanje 100 kandidata (puna A dvorana fakulteta). Drugi razlog, barem jednako važan, je zahtjevnost tog preispita u smislu ograničenog vremena za odgovaranje, nedorečenog formata postavljenih pitanja i možda previsoko postavljene razine znanja koju je potrebno pokazati. Prolaz blic preispita i pismenog dijela ispita je bio uvjetovan na standardni način, postizanjem barem 60% točnih odgovora. Uspješno polaganje usmenog dijela ispita je također zahtijevalo sličan učinak, uz ponešto varijabilni kriterij donje granice (ovisno o kvaliteti odgovora, profesorovom dojmu o znanju studenta i postignutom uspjehu na pismenom dijelu ispita).

Ispit je prema definiciji utvrđivanje dovoljne razine znanja kod svakog pojedinog studenta. Opravdano je pretpostaviti da se razina poznavanja materije iz tog kolegija kod studenata ponaša po normalnoj razdiobi. Ona ovisi o više stvari kao što su motiviranost, razina općeg znanja, sposobnost učenja, kvaliteta predavanja, kvaliteta auditornih vježbi, kvaliteta samostalnog učenja i još nekih faktora koji se među studentima često zajednički nazivaju "sreća". S druge strane, nema razloga da ustvrdimo kako je proces utvrđivanja znanja kroz ispit na bilo koji način bio nekonzistentan ili pristran.

Da bismo analizirali ovaj problem pokušat ćemo modelirati proces apsolviranja kolegija, a normalnu razdiobu razine znanja ćemo simulirati metodom Monte Carlo simulacije koja se često koristi u analizi problema koji imaju više povezanih stupnjeva slobode i značajnu nesigurnost (varijabilnost) u ulaznim parametrima  $x$ . Kako je razina znanja mjera koja ukazuje na omjer svih potrebnih znanja i onih kojima pojedini student vlada, postaviti ćemo skalu znanja u rasponu od 0 – 1. Jasno je da niti jedan student strojarstva nije na nultoj razini znanja, te je isto tako je razumljivo da nema studenta koji raspolaže svim znanjima iz toga kolegija, ali ostavimo teoretsku mogućnost da dođe i do neke od tih dviju pojava.

Prvi korak u procesu je pohađanje predavanja, i tu smo već pretpostavili da su svi studenti koji su upisali kolegij uspješno prošli kontrolu i dobili potpis potreban za izlazak na ispit. Taj podatak možda i nije točan, ali pretpostaviti ćemo da je tako da bismo što krivim procjenama što manje utjecali na zaključke. Zbog toga ćemo ovaj korak jednostavno izbaciti iz daljnjeg razmatranja, jer ne utječe na daljnji tijek događanja. Tada će dijagram toka procesa izgledati ovako:



Nakon velikog broja pokušaja prilagođavanja parametara pokazalo se da uz navedene uvjete simulacija najbolje aproksimira stvarno stanje ako znanje studenata aproksimiramo normalnom razdiobom  $N(\bar{x} = 0,55; s = 0,25)$ . Pretpostavljeno je da na uspjeh u svakom pojedinom dijelu ispita kod svakog studenta utječu isti faktori u istom omjeru, a njihova varijabilnost je simulirana navedenom normalnom razdiobom. Faktori koji su uzeti u obzir su:

- teorijsko znanje iz mehanike fluida;
- vještina u rješavanju zadataka iz mehanike fluida;
- razina općeg znanja (što je važno jer bez poznavanja matematike, mehanike itd. nije moguće uspješno položiti ispit).

Za svakog studenta je uzeta u obzir i varijacija izazvana raznim okolnostima, koja je funkcija slučajne varijable i varira za svakog studenta te za svaki izlazak na ispit.

Uz ove faktore koji su svojstveni svakom pojedinom studentu za svaki simulirani ispitni rok uračunat je zajednički faktor, koji je funkcija slučajne varijable i jednako utječe na uspjeh svih studenata na određenom ispitnom roku. Ovaj faktor je dodan da bi se uračunala varijacija zahtjevnosti ispita.

Svi navedeni faktori su utjecali na uspjeh studenta na ispitu u ovim omjerima:

	preispit	pismeni	usmeni
teorijsko znanje	0,3	0,2	0,4
rješavanje zadataka	0,1	0,3	0,1
razina općeg znanja	0,2	0,1	0,1
pojedinačni slučajni faktor	0,3	0,3	0,3
zajednički slučajni faktor	0,1	0,1	0,1

Ako označimo sa  $X_i$  razinu znanja svakog pojedinog studenta,  $X_{slučajni}$  slučajni faktor te sa  $X_{ispita}$  faktor koji je svima zajednički za određeni ispitni rok, onda je jednačba koja je određivala razinu uspjeha studenta na preispitu glasila:

$$Y_{\text{preispit}} = f(X) = 0,3 \times X_{\text{teorija}} + 0,1 \times X_{\text{zadaci}} + 0,3 \times X_{\text{opće}} + 0,1 \times X_{\text{slučajni}} + 0,1 \times X_{\text{ispitnog roka}} \times 100.$$

Veličina  $Y$  je zatim pomoću funkcije  $\text{NORMINV}(Y, \bar{x}, s)$  pretvarana u vrijednost varijable normalne razdiobe. Navedena funkcija generira  $Y$ -ti percentil normalne slučajne varijable sa srednjom vrijednošću  $\bar{x}$  i standardnom devijacijom  $s$ ), slikovito rečeno – djeluje obrnuto od tablice normalne varijable. Na ovaj način je za svakog studenta generirana relativna razina znanja koja je kombinacija navedenih faktora.

Slijedeći korak je pismeni dio ispita, i za njega je za one studente koji su zadovoljili prethodni korak (uspješno riješivši više od 60% preispita) postavljena nova jednažba:

$$Y_{\text{pismeni}} = f(X_i) = 0,2 \times X_{\text{teorija}} + 0,4 \times X_{\text{zadaci}} + 0,2 \times X_{\text{opće}} + 0,1 \times X_s + 0,1 \times X_z \times 100.$$

Nakon pismenog dijela ispita na usmeni dio su opet mogli oni kandidati koji su pismeni dio riješili preko 60%:

$$Y_{\text{pismeni}} = f(X_i) = 0,4 \times X_{\text{teorija}} + 0,2 \times X_{\text{zadaci}} + 0,2 \times X_{\text{opće}} + 0,1 \times X_s + 0,1 \times X_z \times 100.$$

Oni kandidati koji su na usmenom dijelu postigli preko 60% uspjeha su položili ispit. Nakon simuliranih 10 ispitnih rokova utvrđene su slijedeće veličine:

	prijava	pismeni	usmeni	položeno
1 rok	100	31	6	5
2 rok	95	26	4	3
3 rok	92	15	2	1
4 rok	91	35	7	7
5 rok	84	32	3	3
6 rok	82	19	2	2
7 rok	74	34	9	8
8 rok	71	19	5	3
9 rok	65	35	6	6
10 rok	62	20	5	3

Kod studenata koji su uspjeli položiti ispit unutar 10 simuliranih rokova redni broj uspješnog polaganja je:

1	1	1	4	2	2	1	1	2	4
4	4	1	4	6	3	3	3	3	5
4	3	3	4	3	1	2	2	1	2
3	2	2	3	3	4	2	5	1	3

Dakle, među studentima koji su položili ispit imamo trojicu koji su nakon 4 pokušaja morali ponovno slušati kolegij (samim time *FTY* pada na 96%).

Među studentima koji nisu položili ispit stanje sa brojem neuspjelih prijava ispita je prikazano slijedećom tablicom. Nakon prolaska preispita, izlazak na pismeni dio se računa kao prijava, a kandidati koji su pali ispit 4 ili više puta su prisiljeni ponovo upisati kolegij. Već je ovo dokaz koji pobija tvrdnju kako 95% studenata od onih koji upišu kolegij uspješno polože ispit iz mehanike fluida. U ovoj kategoriji imamo 13 studenata koji su prisiljeni ponovno upisati kolegij nakon što nisu uspjeli položiti ispit unutar okvira 3+1. Jedan student je nakon 8 padova izgubio pravo studija.

2	3	1	4	1	0
1	3	4	2	4	2
0	2	4	2	1	4
2	1	2	2	2	3
1	6	2	0	3	4
4	8	1	2	4	2
2	2	5	6	2	1
5	4	2	3	3	2
2	3	2	2	3	3
2	3	3	2	1	4

	1 rok	2 rok	3 rok	4 rok	5 rok	6 rok	7 rok	8 rok	9 rok	10 rok
kandidata	100	95	92	91	84	82	74	71	65	62
pismeni	31	26	15	35	32	19	34	19	35	20
usmeni	6	4	2	7	3	2	9	5	6	5
položeno	5	3	1	7	3	2	8	3	6	3
FPY1	0,310	0,274	0,163	0,385	0,381	0,232	0,459	0,268	0,538	0,323
DPU1	0,690	0,726	0,837	0,615	0,619	0,768	0,541	0,732	0,462	0,677
FPY2	0,194	0,154	0,133	0,200	0,094	0,105	0,265	0,263	0,171	0,250
DPU2	0,806	0,846	0,867	0,800	0,906	0,895	0,735	0,737	0,829	0,750
FPY3	0,833	0,750	0,500	1,000	1,000	1,000	0,889	0,600	1,000	0,600
DPU3	0,167	0,250	0,500	0,000	0,000	0,000	0,111	0,400	0,000	0,400
RTY	0,050	0,032	0,011	0,077	0,036	0,024	0,108	0,042	0,092	0,048

Ako rezultate dobivene iz ovih 10 simuliranih procesa uprosječimo, dobit ćemo očekivanje za pojedine vrijednosti:

$$FPY_{preispita} = 0,3332;$$

$$FPY_{pismenog} = 0,1829;$$

$$FPY_{usmenog} = 0,8172;$$

$$DPU_{preispita} = 0,6668;$$

$$DPU_{pismenog} = 0,8171;$$

$$DPU_{usmenog} = 0,1828;$$

$$DPU_{ukupno} = \sum_{i=1}^n DPU_i = 0,6668+0,8171+0,1828 = 1,6667;$$

$$RTY = \prod_{i=1}^n FPY_i = 0,3332 \times 0,1829 \times 0,8172 = 0,0498 \text{ (prosječni iznos izračunatih RTY iznosi 0,0521).}$$

Ovo znači da vjerojatnost da student položi ispit iz mehanike fluida iznosi približno 5% (umnožak vjerojatnosti da sva tri koraka u polaganju ispita uspješno prođe). Očito je kako su postavljeni kriteriji postavljeni prestrogo i da zbog toga velik broj studenata ne uspijeva položiti ispit unutar okvira 3+1. Nakon 10 ispitnih rokova 13 studenata je palo na ispitu više od 4 puta (a jedan je pao 8 puta i gubi pravo studiranja). Naravno, snižavanje kriterija nije jedino rješenje (a u ovom slučaju niti ispravno). Možda je puno bolje rješenje prilagodba nastavnog plana na način da se studente bolje pripremi na ono što ih čeka na ispitu. Isto tako, zadavanje preispita kao uvjeta za izlazak na ispit studentima zadaje mnogo problema jer ih samo trećina prolazi filter koji formalno uopće ne bi trebao postojati.

Važno je još jednom napomenuti da je provedena analiza samo simulacija provedena na procjenama i približnim vrijednostima. Naravno da iz takve simulacije nije moguće donijeti pouzdane zaključke, svrha ovog primjera je samo pokazivanje širokih mogućnosti primjene  $6\sigma$  metrike.

Univerzalnost  $6\sigma$  metrike omogućuje da se ona koristi u analizi bilo koje djelatnosti, a jedini uvjet za to je mogućnost da se radnje od kojih se djelatnost sastoji mogu analizirati kao niz procesa. Zbog te univerzalnosti moguće je pomoću navedene metrike analizirati i uspoređivati razne procesno-orijentirane sustave. Npr. moguće je pomoću  $6\sigma$  metrike analizirati rezultate trenutno vrlo aktualne državne mature, bolonjskog procesa itd. Naravno to ne znači da je  $6\sigma$  metrika idealna za takve analize i da ne postoji prikladniji statistički alati za to, ali navedena metrika i to omogućuje.

S druge strane, kod uvođenja  $6\sigma$  metodologije ova metrika postaje robustan matematički alat koji će nas dovesti do traženih veličina i omogućiti pouzdane zaključke.

## 10 Zaključak

U vrijeme kada kvaliteta postaje ključna riječ za uspjeh suvremene industrije metodologija 6 $\sigma$  se pokazala najefektivnijom u tzv. "zapadnim" industrijskim zemljama (američko i europsko područje). S obzirom na nepobitne koristi uvođenja 6 $\sigma$  metodologije, potrebno je poznavati veličine ključne za njezino korištenje.

Jedna od najvećih prednosti 6 $\sigma$  je inzistiranje na kvantifikaciji svih procesa i veličina u procesu kako bi ih se moglo objektivno analizirati i odabrati one koje treba poboljšati. Zbog toga je važno poznavati matematičko-statističke alate koji omogućavaju takve analize i usporedbe.

Svojom orijentiranošću na varijaciju i na uklanjanje rasipanja omogućuje da se prolaženjem kroz cijeli lanac procesa od kojih se sastoji proizvodnja razina kvalitete drastično podigne. Time se smanjuju troškovi loše kvalitete a podižu se profit, produktivnost, učinkovitost i konkurentnost tvrtke. To je omogućeno strukturiranim statističkim pristupom koji uvelike olakšava prepoznavanje dobrih rješenja i donošenje ispravnih odluka, a zatim nakon uvođenja 6 $\sigma$  pomoću metoda statističke kontrole i stalno praćenje i održavanje procesa proizvodnje na zadanoj razini.

Tijekom uvođenja 6 $\sigma$  metodologije proizvodnja se analizira na način da se identificiraju svi procesi i podproces, a zatim se svaki od njih primjenom DMAIC ciklusa unapređuje do razine koja će omogućiti proizvodnju sa minimalnim brojem nesukladnosti (manje od 3,4 % defektnih proizvoda). Primjena ciklusa na svaki proces znači definiranje bitnih veličina, njihovo mjerenje i analizu koja će omogućiti nalaženje načina kako te veličine optimirati tako da proces unaprijedimo i pomoću kontrole držimo u zadanim okvirima.

U analizi naravno ključnu ulogu igra 6 $\sigma$  metrika koja sudionike procesa orijentira na kontinuirano praćenje podataka. Donošenje zaključaka na osnovu pojedinačnih (diskretnih) podataka se izbjegava, uvijek se pokušava sagledati "šira slika" koju daju kontinuirani podaci. To omogućuje bolje razumijevanje procesa proizvodnje i razlučivanje važnih informacija od nevažnih. Prateći karakteristike kretanja procesa kroz duže razdoblje možemo pouzdanije zaključiti da li određeni poremećaj zahtijeva akciju da bi se proces zadržao pod kontrolom ili se radi o manjoj fluktuaciji koja neće izazvati probleme sa kontrolom procesa.

Zbog toga je poznavanje 6 $\sigma$  metrike, njezinog značenja i parametara neophodno za uspješno uvođenje i korištenje 6 $\sigma$  metodologije.

## 11 Popis literature

---

- <sup>I</sup> Kondić Ž., **Prilagodba metodologije 6 $\sigma$  malim proizvodnim organizacijama** - doktorska disertacija, FSB, Zagreb, 2008.
- <sup>II</sup> Kondić Ž., Botak Z., Maglić L., **Gurui kvalitete**, Tehnički vjesnik 16, 3(2009), 71-78
- <sup>III</sup> Grupa autora, **Inženjerski priručnik IP1**, Školska knjiga, Zagreb, 1996.
- <sup>IV</sup> Gygi C., DeCarlo N., Williams B., **Six Sigma For Dummies**, Wiley Publishing Inc., 2005
- <sup>V</sup> Wikipedia, **Six Sigma**, [[http://en.wikipedia.org/wiki/Six\\_Sigma.htm](http://en.wikipedia.org/wiki/Six_Sigma.htm)], 2009
- <sup>VI</sup> McCarty T., Bremer M., Daniels L., Gupta P., **The Six Sigma Black Belt Handbook**, Motorola University, 2007
- <sup>VII</sup> Schneiderman A. M., **Six Sigma: Good Concept, Poor Metric**, internetski članak [[http://www.schneiderman.com/The\\_Art\\_of\\_PM/six\\_sigma\\_metric/six\\_sigma\\_metric.htm](http://www.schneiderman.com/The_Art_of_PM/six_sigma_metric/six_sigma_metric.htm)], 2006
- <sup>VIII</sup> Man C. F. Kee D. Kaloni P. N., **Advanced Mathematics For Engineering And Science**, World Scientific Publishing Ltd., 2003.
- <sup>IX</sup> Grupa autora, **Six Sigma Business Excellence, American Society for Quality**, SAD, 2001
- <sup>X</sup> Wikipedia, **Monte Carlo method**, [[http://en.wikipedia.org/wiki/Monte\\_Carlo\\_method](http://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method)], 2010